

## Вопросы к коллоквиуму (весенний семестр)

1. Определение гармонической функции в области; две формулы Грина. Фундаментальное решение оператора Лапласа.
2. Интегральное представление произвольной функции  $u \in C^2(\overline{\Omega})$  в виде суммы трех потенциалов.
3. Теорема о потоке тепла. Теоремы о среднем для гармонической функции.
4. Теорема о бесконечной дифференцируемости гармонической функции. Оценка производных гармонической функции.
5. Теорема об аналитичности гармонической функции в области в  $\mathbb{R}^n$ .
6. Теоремы Лиувилля.
7. Нестрогий и строгий принципы максимума (минимума) для гармонической функции.
8. Непрерывная зависимость решения уравнения Пуассона от правой части и значений решения на границе области.
9. Лемма Вейля. Теоремы о последовательностях гармонических функций.
10. Разрешимость в классе полиномов задачи Дирихле в шаре:  $\Delta u = p$ ,  $x \in B_1^0$ ,  $u = q$ ,  $x \in \partial B_1^0$ , где  $p, q$  - заданные многочлены.
11. Обращение теоремы о среднем.
12. Изолированные особенности гармонической функции. Теорема об устранимой особенности.
13. Лемма Хопфа - Олейник о знаке нормальной производной гармонической функции в точке максимума (минимума). Задача Неймана. Единственность с точностью до аддитивной постоянной решения этой задачи.
14. Функция Грина задачи Дирихле для оператора Лапласа. Симметрия функции Грина.
15. Функция Грина для шара. Решение задачи Дирихле в шаре. Интеграл Пуассона. Неравенство Харнака.
16. Объемный потенциал и его свойства.
17. Простейшие свойства потенциалов простого и двойного слоя.
18. Постановки внешних задач для уравнения Лапласа. Теоремы единственности решения внешних задач.
19. Формула Пуассона решения внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа вне шара. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.
20. Постановки начально-краевых задач для оператора теплопроводности. Определение классических решений смешанных задач для уравнения теплопроводности. Принцип максимума в цилиндре  $\omega_T$ . Теорема единственности решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
21. Принцип максимума для решения уравнения теплопроводности в слое  $G_T$ . Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теорема единственности решения задачи Коши

в классе ограниченных функций.

21. Решение задачи Коши для уравнения  $Tu = 0$  в классе ограниченных функций. Интеграл Пуассона.

22. Оценка решения неоднородного уравнения теплопроводности в цилиндре.

23. Оценка ограниченного решения неоднородного уравнения теплопроводности в слое.

24. Теорема о стабилизации решения уравнения  $Tu = 0$  в бесконечном цилиндре.

25. Формулы Грина для оператора теплопроводности. Фундаментальное решение оператора теплопроводности.

26. Априорная оценка решения уравнения теплопроводности. Теоремы единственности начально-краевых задач.

27. Энергетические методы. Единственность решения уравнения теплопроводности в обратном направлении времени.