Самостоятельная работа № 4

Задание 1. Метод Фурье для одномерных эволюционных уравнений.

- Найти собственные функции и собственные значения соответствующей спектральной задачи, дать представление решения однородной смешанной задачи (с нулевой правой частью и граничными условиями) в виде ряда;
- подобрать частное решение неоднородной задачи при указанных в таблице правой части и граничных данных;
- написать формулу общего решения неоднородной задачи и найти это решение (в виде ряда) при указанных в таблице начальных данных;
- найти собственные функции сопряженной спектральной задачи;
- проверить биортогональность собственных функций исходной и сопряженной спектральной задачи;
- свести задачу к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, решить эту систему при указанных в таблице правой части, начальных и конечных данных и получить представление решения в виде ряда; сравнить полученные решения.

	Уравнение, граничные условия	Начальные условия	Правая часть, граничные данные
1.	$u_{tt} = u_{xx} - 2u_x + f(t,x)$ $u(t,0) = \nu(t),\ u_x(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 1$ $u_t(0,x) = x(1-x)$	$f(t,x) = x + t\sin\pi x$ $\nu(t) = 1,\ \mu(t) = 1 + t$
2.	$u_t = u_{xx} - 2u_x + f(t,x)$ $u_x(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = x$	$f(t,x) = x + t\sin\pi x$ $\nu(t) = 1 + t,\ \mu(t) = 1$
3.	$u_{tt} = u_{xx} + u_x + f(t,x)$ $u_x(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = x^2$ $u_t(0,x) = 1$	$f(t,x) = 1$ $\nu(t) = t^2,\ \mu(t) = 0$
4.	$u_t = u_{xx} - u_x + f(t,x)$ $u_x(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 1$	$f(t,x) = t^2 + \sin\pi x$ $\nu(t) = 1,\ \mu(t) = 1$
5.	$u_{tt} = u_{xx} + 2u_x + f(t,x)$ $u(t,0) = \nu(t),\ u_x(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = x(1-x)$ $u_t(0,x) = 0$	$f(t,x) = xt + x^2$ $\nu(t) = t,\ \mu(t) = t$
6.	$u_{tt} = u_{xx} + 3u_x + f(t,x)$ $u(t,0) = \nu(t),\ u_x(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 1$ $u_t(0,x) = 1$	$f(t,x) = e^t x + t$ $\nu(t) = e^t,\ \mu(t) = e^t$
7.	$u_t = u_{xx} - u_x + f(t,x)$ $u_x(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = e^x$	$f(t,x) = xe^{-2t}$ $\nu(t) = t + 1,\ \mu(t) = 2t + e$
8.	$u_{tt} = u_{xx} - 3u_x + f(t,x)$ $u(t,0) = \nu(t),\ u_x(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 1$ $u_t(0,x) = 0$	$f(t,x) = xt^2$ $\nu(t) = 1,\ \mu(t) = 1$
9.	$u_t = u_{xx} - 3u_x + f(t,x)$ $u_x(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 1$	$f(t,x) = x(1-x)$ $\nu(t) = e^t,\ \mu(t) = e^t$
10.	$u_{tt} = u_{xx} + u_x + f(t,x)$ $u_x(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 1$ $u_t(0,x) = 0$	$f(t,x) = t^2\sin 2\pi x$ $\nu(t) = 1,\ \mu(t) = t$

11.	$u_t = u_{xx} + u_x + f(t,x)$ $u_x(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 0$	$f(t,x) = xt^2 - 1$ $\nu(t) = t,\ \mu(t) = t - 1$
12.	$u_{tt} = u_{xx} + f(t,x),\ u(t,1) = \mu(t)$ $u_x(t,0) - u(t,0) = \nu(t)$	$u(0,x) = 0$ $u_t(0,x) = \cos\frac{\pi x}{2}$	$f(t,x) = \sin\pi x + \sin t$ $\nu(t) = 1,\ \mu(t) = 0$
13.	$u_t = u_{xx} + f(t,x),\ u(t,1) = \mu(t)$ $u_x(t,0) - u(t,0) = \nu(t)$	$u(0,x) = 0$	$f(t,x) = xt$ $\nu(t) = t,\ \mu(t) = 1$
14.	$u_{tt} = u_{xx} + f(t,x),\ u(t,0) = \nu(t)$ $u_x(t,1) + u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 1 - x$ $u_t(0,x) = 0$	$f(t,x) = t\cos 2\pi x$ $\nu(t) = 1,\ \mu(t) = t$
15.	$u_t = u_{xx} + f(t,x),\ u(t,0) = \nu(t)$ $u_x(t,1) + u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 0$	$f(t,x) = t^2(1-x) + 1$ $\nu(t) = t^2,\ \mu(t) = t^2$
16.	$u_{tt} = 4u_{xx} + f(t,x)$ $u_x(t,0) - u(t,0) = \nu(t)$ $u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 1$ $u_t(0,x) = 0$	$f(t,x) = \sin 2\pi x$ $\nu(t) = 1 - t^2$ $\mu(t) = 1 + t^2$
17.	$u_t = 4u_{xx} + f(t,x)$ $u_x(t,0) - u(t,0) = \nu(t)$ $u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = -1$	$f(t,x) = t^3 - x$ $\nu(t) = t - 1$ $\mu(t) = 2t - 1$
18.	$4u_{tt} = u_{xx} + f(t,x),\ u(t,0) = \nu(t)$ $u_x(t,1) + u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = x$ $u_t(0,x) = x$	$f(t,x) = tx + e^{-3t}$ $\nu(t) = 0,\ \mu(t) = t$
19.	$3u_t = u_{xx} + f(t,x),\ u(t,0) = \nu(t)$ $u_x(t,1) + u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = x$	$f(t,x) = x - x^5$ $\nu(t) = 0,\ \mu(t) = 1$
20.	$u_{tt} = u_{xx} + f(t,x),\ u_x(t,0) = \nu(t)$ $u_x(t,1) + 2u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = -1$ $u_t(0,x) = 1 - x$	$f(t,x) = e^{2t} - xe^t$ $\nu(t) = -e^t,\ \mu(t) = -e^{2t}$
21.	$u_t = u_{xx} + f(t,x),\ u_x(t,0) = \nu(t)$ $u_x(t,1) + 2u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 0$	$f(t,x) = xt - t^2x^2$ $\nu(t) = 1,\ \mu(t) = 1$
22.	$u_{tt} = u_{xx} + f(t,x),\ u_x(t,0) = \nu(t)$ $u_x(t,1) + 2u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 0$ $u_t(0,x) = x$	$f(t,x) = x\cos t$ $\nu(t) = \mu(t) = \sin t$
23.	$u_t = u_{xx} + f(t,x),\ u_x(t,0) = \nu(t)$ $u_x(t,1) + 3u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = \sin\pi x$	$f(t,x) = xt$ $\nu(t) = t,\ \mu(t) = 0$
24.	$u_{tt} = u_{xx} - 2u_x + u + f(t,x)$ $u(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = \cos\pi x$ $u_t(0,x) = 1$	$f(t,x) = xt^2$ $\nu(t) = 1,\ \mu(t) = -1$
25.	$u_{tt} = u_{xx} + 4u_x + u + f(t,x)$ $u(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = \cos 2\pi x$ $u_t(0,x) = 0$	$f(t,x) = te^{-2x}$ $\nu(t) = 1,\ \mu(t) = 1$
26.	$u_t = u_{xx} - u_x - u + f(t,x)$ $u_x(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = x$	$f(t,x) = x - te^x$ $\nu(t) = 0,\ \mu(t) = 1$
27.	$u_t = u_{xx} - 2u_x - u + f(t,x)$ $u(t,0) = \nu(t),\ u(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = x(1-x)$	$f(t,x) = x^2 - \sin 2\pi x$ $\nu(t) = 0,\ \mu(t) = 0$
28.	$u_{tt} = u_{xx} + u_x - u + f(t,x)$ $u(t,0) = \nu(t),\ u_x(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 0$ $u_t(0,x) = 3\sin\pi x$	$f(t,x) = t^2$ $\nu(t) = t^2,\ \mu(t) = t^2$
29.	$u_{tt} = u_{xx} - 2u + f(t,x)$ $u_x(t,0) = \nu(t),\ u_x(t,1) = \mu(t)$	$u(0,x) = 1$ $u_t(0,x) = 1$	$f(t,x) = x\sin\pi x$ $\nu(t) = 1,\ \mu(t) = 1 + t$
30.	$u_t = u_{xx} + u + f(t,x)$	$u(0,x) = \sin\pi x$	$f(t,x) = 1$

Задание 2. Решить с помощью преобразования Лапласа задачи:

1. $u_t = u_{xx} + 2u_x + tx$, $0 < x < 1$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=1} = t$, $u|_{t=0} = 0$;
2. $u_t = u_{xx} - 3u_x + t^2$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{t=0} = x$;
3. $u_t = u_{xx} - u_x + x \sin t$, $0 < x < \pi$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = t$, $u|_{x=\pi} = 0$, $u|_{t=0} = 0$;
4. $u_t = u_{xx} + u_x + 2t$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = t$, $u|_{t=0} = 0$;
5. $u_t = u_{xx} + u + e^t \sin x$, $0 < x < \pi$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=\pi} = 0$, $u|_{t=0} = 1$;
6. $u_t = u_{xx} + 2u_x + u$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 1$, $u|_{t=0} = 1$;
7. $u_t = u_{xx} + u_x - 2u$, $0 < x < 1$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = \sin 2\pi x$;
8. $u_t = u_{xx} - 2u_x + 5u$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = \sin t$, $u|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = 0$;
9. $u_t = u_{xx} + e^{t-2x}$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = e^t$, $u|_{t=0} = 0$;
10. $u_t = 4u_{xx} + u_x + tx$, $0 < x < 1$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = 0$, $u|_{x=1} = 2t$, $u|_{t=0} = 0$;
11. $u_t = u_{xx} + 3u_x - t^2$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = 0$, $u|_{t=0} = -x$;
12. $u_t = u_{xx} - 7u_x + x \sin t$, $0 < x < \pi$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = t^2$, $u_x|_{x=\pi} = 0$, $u|_{t=0} = 0$;
13. $u_t = 2u_{xx} + u_x + 2t$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = 2t$, $u|_{t=0} = 0$;
14. $u_t = u_{xx} + u - e^{-t} \sin 2x$, $0 < x < \pi$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=\pi} = 0$, $u|_{t=0} = 0$;
15. $u_t = u_{xx} + 2u_x + u - 1$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = 1$, $u|_{t=0} = 1$;
16. $u_t = u_{xx} + u_x - 2u + e^t$, $0 < x < 1$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = 0$, $u|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = \sin 2\pi x$;
17. $u_t = u_{xx} - 2u_x + 5u + tx(1-x)$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = \sin t$, $u|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = 0$;
18. $u_t = u_{xx} + 4e^{2t+x}$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = e^{2t}$, $u|_{t=0} = 0$;
19. $u_{tt} = u_{xx} + 2u_x + tx$, $0 < x < 1$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=1} = t$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;
20. $u_{tt} = u_{xx} - 3u_x + t^2$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = -x$;
21. $u_{tt} = u_{xx} - u_x + x \sin t$, $0 < x < \pi$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = t$, $u|_{x=\pi} = 0$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;

22. $u_{tt} = u_{xx} - u_x - \sin 2t,\ 0 < x < \pi,\ 0 < t < +\infty,\ u|_{x=0} = 0,\ u|_{x=\pi} = 0,$
$u|_{t=0} = 0,\ u_t|_{t=0} = \cos x;$

23. $u_{tt} = u_{xx} + u_x + 2t,\ 0 < x < +\infty,\ 0 < t < +\infty,\ u_x|_{x=0} = t,\ u|_{t=0} = 0,$
$u_t|_{t=0} = 0;$

24. $u_{tt} = u_{xx} + u + e^t \sin x,\ 0 < x < \pi,\ 0 < t < +\infty,\ u|_{x=0} = 0,\ u|_{x=\pi} = 0,$
$u|_{t=0} = 1,\ u_t|_{t=0} = 0;$

25. $u_{tt} = u_{xx} + 2u_x + u,\ 0 < x < +\infty,\ 0 < t < +\infty,\ u|_{x=0} = t,\ u|_{t=0} = 0,\ u_t|_{t=0} = 1;$

26. $u_{tt} = u_{xx} + 2u_x + u,\ 0 < x < +\infty,\ 0 < t < +\infty,\ u|_{x=0} = 1,\ u|_{t=0} = 1,$
$u_t|_{t=0} = 0;$

27. $u_{tt} = u_{xx} + u_x - 2u,\ 0 < x < 1,\ 0 < t < +\infty,\ u|_{x=0} = 0,\ u|_{x=1} = 0,$
$u|_{t=0} = \sin 2\pi x,\ u_t|_{t=0} = 0;$

28. $u_{tt} = u_{xx} - 2u_x + 5u,\ 0 < x < +\infty,\ 0 < t < +\infty,\ u|_{x=0} = \sin t,\ u|_{x=1} = 0,$
$u|_{t=0} = 0,\ u_t|_{t=0} = 0;$

29. $u_{tt} = u_{xx} + e^{t-2x},\ 0 < x < +\infty,\ 0 < t < +\infty,\ u|_{x=0} = e^t,\ u|_{t=0} = 0,\ u_t|_{t=0} = 0;$

30. $u_{tt} = u_{xx} + e^{t+2x},\ 0 < x < +\infty,\ 0 < t < +\infty,\ u|_{x=0} = 0,\ u|_{t=0} = 0,\ u_t|_{t=0} = e^{2x}.$

Задание 3. Решить с помощью преобразования Фурье задачи:

1. $u_{tt} - 2u_t = u_{xx} + 2u_x + tx$, $0 < x < 1$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=1} = t$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;
2. $u_{tt} + 3u_t - u = u_{xx} - 3u_x + t^2$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{t=0} = x$, $u_t|_{t=0} = 0$;
3. $u_{tt} + u_t + u = u_{xx} - u_x + x \sin t$, $0 < x < \pi$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = t$, $u|_{x=\pi} = 0$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;
4. $u_{tt} + 2u_t = u_{xx} + u_x + 2t$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = t$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;
5. $u_{tt} + 6u_t + 9u = u_{xx} + u + e^t \sin x$, $0 < x < \pi$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=\pi} = 0$, $u|_{t=0} = 1$, $u_t|_{t=0} = 0$;
6. $u_{tt} - u_t = u_{xx} + 2u_x + u$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 1$, $u|_{t=0} = 1$, $u_t|_{t=0} = 0$;
7. $u_{tt} + u_t = u_{xx} + u_x - 2u$, $0 < x < 1$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u_t|_{t=0} = 0$;
8. $u_{tt} + u_t = u_{xx} - 2u_x + 5u$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = \sin t$, $u|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;
9. $u_{tt} + 2u_t - 3u = u_{xx} + e^{t-2x}$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = e^t$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;
10. $u_{tt} + 4u_t + 3u = 4u_{xx} + u_x + tx$, $0 < x < 1$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = 0$, $u|_{x=1} = 2t$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;
11. $u_{tt} + u_t = u_{xx} + 3u_x - t^2$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = 0$, $u|_{t=0} = -x$, $u_t|_{t=0} = 0$;
12. $u_{tt} - u_t - 2u = u_{xx} - 7u_x + x \sin t$, $0 < x < \pi$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = t^2$, $u_x|_{x=\pi} = 0$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;
13. $u_{tt} + 5u_t + 6u = 2u_{xx} + u_x + 2t$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = 2t$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;
14. $u_{tt} - u_t = u_{xx} + u - e^{-t} \sin 2x$, $0 < x < \pi$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=\pi} = 0$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;
15. $u_{tt} + u_t = u_{xx} + 2u_x + u - 1$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = 1$, $u|_{t=0} = 1$, $u_t|_{t=0} = 0$;
16. $u_{tt} - 2u_t = u_{xx} + u_x - 2u + e^t$, $0 < x < 1$, $0 < t < +\infty$, $u_x|_{x=0} = 0$, $u|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = \sin 2\pi x$, $u_t|_{t=0} = 0$;
17. $u_{tt} + 3u_t = u_{xx} - 2u_x + 5u + tx(1-x)$, $0 < x < +\infty$, $0 < t < +\infty$, $u|_{x=0} = \sin t$, $u|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$;

18. $u_{tt}+u_t-2u=u_{xx}+4e^{2t+x}$, $0<x<+\infty$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=e^{2t}$, $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=0$;

19. $u_{tt}-u_t=u_{xx}+2u_x+tx$, $0<x<1$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=0$, $u|_{x=1}=t$, $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=0$;

20. $u_{tt}+2u_t+u=u_{xx}-3u_x+t^2$, $0<x<+\infty$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=0$, $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=-x$;

21. $u_{tt}-u_t-u=u_{xx}-u_x+x\sin t$, $0<x<\pi$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=t$, $u|_{x=\pi}=0$, $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=0$;

22. $u_{tt}-u=u_{xx}-u_x-\sin 2t$, $0<x<\pi$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=0$, $u|_{x=\pi}=0$, $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=\cos x$;

23. $u_{tt}+u_t=u_{xx}+u_x+2t$, $0<x<+\infty$, $0<t<+\infty$, $u_x|_{x=0}=t$, $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=0$;

24. $u_{tt}+2u_t=u_{xx}+u+e^t\sin x$, $0<x<\pi$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=0$, $u|_{x=\pi}=0$, $u|_{t=0}=1$, $u_t|_{t=0}=0$;

25. $u_{tt}-u_t=u_{xx}+2u_x+u$, $0<x<+\infty$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=t$, $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=1$;

26. $u_{tt}-3u_t=u_{xx}+2u_x+u$, $0<x<+\infty$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=1$, $u|_{t=0}=1$, $u_t|_{t=0}=0$;

27. $u_{tt}+u_t=u_{xx}+u_x-2u$, $0<x<1$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=0$, $u|_{x=1}=0$, $u|_{t=0}=\sin 2\pi x$, $u_t|_{t=0}=0$;

28. $u_{tt}-2u_t=u_{xx}-2u_x+5u$, $0<x<+\infty$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=\sin t$, $u|_{x=1}=0$, $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=0$;

29. $u_{tt}+u=u_{xx}+e^{t-2x}$, $0<x<+\infty$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=e^t$, $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=0$;

30. $u_{tt}-u=u_{xx}+e^{t+2x}$, $0<x<+\infty$, $0<t<+\infty$, $u|_{x=0}=0$, $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=e^{2x}$.

Задание 4. Функциональные пространства и особенности функций. Выяснить, при каких значениях параметра α данная функция принадлежит указанному функциональному пространству.

	Функция	Пространство
1.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^1(\mathbb{R})$
2.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^1[0,1]$
3.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^2(\mathbb{R})$
4.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^2[0,1]$
5.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^1(\mathbb{R}^2)$
6.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^1([0,1]\times[0,1])$
7.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^2(\mathbb{R}^2)$
8.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^2([0,1]\times[0,1])$
9.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^1[-1,1]$
10.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^2([-1,1]\times[-1,1])$
11.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^1[1,2]$
12.	$\lvert x\rvert^\alpha$	$H^2([1,2]\times[-1,1])$
13.	$(x^2+y^2)^\alpha$	$H^1(\mathbb{R}^2)$
14.	$(x^2+y^2)^\alpha$	$H^1([0,1]\times[0,1])$
15.	$(x^2+y^2)^\alpha$	$H^2(\mathbb{R}^2)$
16.	$(x^2+y^2)^\alpha$	$H^2([0,1]\times[0,1])$
17.	$(x^2+y^2)^\alpha$	$H^1([-1,1]\times[-1,1])$
18.	$(x^2+y^2)^\alpha$	$H^2([-1,1]\times[-1,1])$
19.	$(x^2+y^2+z^2)^\alpha$	$H^1(\mathbb{R}^3)$
20.	$(x^2+y^2+z^2)^\alpha$	$H^1([0,1]^3)$
21.	$(x^2+y^2+z^2)^\alpha$	$H^2(\mathbb{R}^3)$
22.	$(x^2+y^2)^\alpha$	$H^3([0,1]^3)$
23.	$x^\alpha+y^\alpha$	$H^1(\mathbb{R}^2)$
24.	$x^\alpha+y^\alpha$	$H^1([0,1]\times[0,1])$
25.	$x^\alpha+y^\alpha$	$H^2(\mathbb{R}^2)$
26.	$x^\alpha+y^\alpha$	$H^2([0,1]\times[0,1])$
27.	$x^\alpha+y^\alpha+z^\alpha$	$H^1(\mathbb{R}^3)$
28.	$x^\alpha+y^\alpha+z^\alpha$	$H^1([0,1]^3)$
29.	$x^\alpha+y^\alpha+z^\alpha$	$H^2(\mathbb{R}^3)$
30.	$x^\alpha+y^\alpha+z^\alpha$	$H^2([0,1]^3)$

Задание 5. Функциональные пространства и ряды. Найти и обосновать, какому функциональному пространству (указать норму) соответствует сходимость указанного ряда. В случае ряда по функциям Бесселя ξ_k – нули соответствующей функции Бесселя. В случае, когда взаимно однозначного соответствия найти не удается, указать два наиболее близких пространства, принадлежность одному из которых является необходимым условием для сходимости ряда, а другому – достаточным.

	Ряд	Коэффициенты
1.	$\sum \|c_k\|^4 < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)e^{ikx}dx$
2.	$\sum \|c_k\| < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)e^{ikx}dx$
3.	$\sum k\|c_k\| < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)e^{ikx}dx$
4.	$\sum k^2\|c_k\| < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)e^{ikx}dx$
5.	$\sum k\|c_k\|^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)e^{ikx}dx$
6.	$\sum k^2\|c_k\|^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)e^{ikx}dx$
7.	$\sum \frac{1}{k}\|c_k\| < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)e^{ikx}dx$
8.	$\sum \frac{1}{k}\|c_k\|^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)e^{ikx}dx$
9.	$\sum \frac{1}{k^2}\|c_k\| < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)e^{ikx}dx$
10.	$\sum \frac{1}{k^2}c_k^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)e^{ikx}dx$
11.	$\sum \|c_k\|^4 < \infty$	$c_k = \int_0^{\pi} f(x)\sin kx dx$
12.	$\sum \|c_k\| < \infty$	$c_k = \int_0^{\pi} f(x)\sin kx dx$
13.	$\sum k\|c_k\| < \infty$	$c_k = \int_0^{\pi} f(x)\sin kx dx$
14.	$\sum k^2\|c_k\| < \infty$	$c_k = \int_0^{\pi} f(x)\sin kx dx$
15.	$\sum k\|c_k\|^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{\pi} f(x)\sin kx dx$
16.	$\sum k^2\|c_k\|^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{\pi} f(x)\sin kx dx$
17.	$\sum \frac{1}{k}\|c_k\| < \infty$	$c_k = \int_0^{\pi} f(x)\sin kx dx$
18.	$\sum \frac{1}{k}\|c_k\|^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)\sin kx dx$
19.	$\sum \frac{1}{k^2}\|c_k\| < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)\sin kx dx$
20.	$\sum \frac{1}{k^2}c_k^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{2\pi} f(x)\sin kx dx$
21.	$\sum c_k^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{1} f(x)J_0(\xi_k x)x dx$
22.	$\sum k c_k^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{1} f(x)J_0(\xi_k x)x dx$
23.	$\sum k^2 c_k^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{1} f(x)J_0(\xi_k x)x dx$
24.	$\sum c_k^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{1} f(x)J_1(\xi_k x)x dx$
25.	$\sum k c_k^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{1} f(x)J_1(\xi_k x)x dx$
26.	$\sum k^2 c_k^2 < \infty$	$c_k = \int_0^{1} f(x)J_1(\xi_k x)x dx$
27.	$\sum c_{km}^2 < \infty$	$c_{km} = \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x,y)e^{ikx}e^{imy}\,dxdy$
28.	$\sum c_{km}^2 < \infty$	$c_{km} = \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x,y)\sin kx \sin my\,dxdy$
29.	$\sum k^2 c_{km}^2 < \infty$	$c_{km} = \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x,y)e^{ikx}e^{imy}\,dxdy$
30.	$\sum (k^2+m^2)c_{km}^2 < \infty$	$c_{km} = \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x,y)e^{ikx}e^{imy}\,dxdy$