ПРОГРАММА коллоквиума по курсу ОДУ 2015-16 (Поток Механика)

Лектор И.В.Асташова

1 Введение. Примеры

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Определение решения. Понятие интегральной кривой. Связь интегральных кривых и решений уравнения. Построение решений уравнения первого порядка методом изоклин. Метод разделения переменных.

2. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям: задача о радиоактивном распаде вещества, вывод уравнения движения материальной точки под действием силы, приложенной вдоль прямой, задача о размножении бактерий, вывод уравнения движения материальной точки под действием силы тяжести, вывод уравнения малых колебаний математического маятника, вывод уравнения колебаний физического маятника, примеры экономических задач и др.

2 Элементарные методы интегрирования

1. Уравнения с разделяющимися переменными. Обоснование метода разделения переменных.
2. Однородные уравнения и уравнения, сводящиеся к однородным.
3. Линейное уравнение 1-ого порядка.
4. Уравнение Бернулли.
5. Уравнение Риккати.
6. Уравнение в полных дифференциалах. Общий интеграл уравнения.
7. Интегрирующий множитель. Нахождение интегрирующего множителя. Теорема о существовании интегрирующего множителя. Неединственность интегрирующего множителя. Связь между двумя интегрирующими множителями одного уравнения. Связь интегрирующего множителя и особых решений. Построение общего интеграла по двум известным интегрирующим множителям.

3 Теорема существования

1. Задача Коши. Формулировка теоремы Пикара существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Примеры функций, удовлетворяющих и не удовлетворяющих условию Липшица.

2. Доказательство теоремы Пикара (метод последовательных приближений).

3. Лемма Гронуолла. Доказательство единственности решения задачи Коши.

4. Критерий единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = f(y)$.

5. Теорема о продолжении решения (случаи ограниченной и неограниченной функции и области). Примеры, показывающие, что при выполнении условий локальной теоремы существования и единственности на всей прямой решение уравнения может не продолжаться на всю прямую.

6. Теорема о продолжении решения на весь заданный интервал (в том числе бесконечный).

7. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Постановка задачи Коши. Доказательство теоремы существования и единственности решения. Дискриминантная кривая. Особые решения.

4 Линейные уравнения произвольного порядка

1. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений порядка n.

2. Линейно зависимые и независимые функции. Определитель Вронского. Связь линейной зависимости и независимости функций с равенством нулю определителя Вронского.

3. Формула Лиувилля - Остроградского.

4. Структура общего решения линейного однородного дифференциальные уравнения n-ого порядка.

5. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка.

6. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего решения для различных типов корней.

7. Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

8. Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка с произвольной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных.