

Вопросы к коллоквиуму 2 курс, 1 поток, 4 семестр.

Лектор: проф., д.ф.м.н. И.В.Асташова

Линейные уравнения n –го порядка.

- 1) Линейно зависимые и линейно независимые функции. Определитель Вронского. Определитель Вронского для линейно зависимых функций. Теорема Лиувилля-Остроградского. Связь линейной зависимости системы функций с равенством нулю определителя Вронского.
- 2) Структура общего решения линейного однородного уравнения. Фундаментальная система решений. Теорема о существовании фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения. Теорема о линейной зависимости любых $n+1$ решений линейного однородного уравнения n -го порядка. Теорема о совпадении двух линейных однородных уравнений с совпадающими фундаментальными системами решений. Общее решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
- 3) Структура решения линейного неоднородного уравнения. Частное решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных.
- 4) Метод построения линейного уравнения по его линейно независимым решениям.

Линейные уравнения 2 –го порядка.

- 5) Линейные уравнения второго порядка. Приведение линейного уравнения второго порядка к виду без первой производной. Определение колеблющегося и неколеблющегося решения линейного уравнения второго порядка на отрезке, на полупрямой. Теорема о том, что все нули решения линейного уравнения второго порядка простые. Теорема об отсутствии точек накопления нулей. Теорема о количестве нулей у приведенного линейного уравнения второго порядка, в зависимости от коэффициента при y . Достаточные условия неколеблемости. Теорема сравнения. Теорема Штурма. Теорема Кнезера.

Системы уравнений 1 –го порядка.

- 6) Уравнение порядка n и система из n уравнений сводятся друг к другу. Решение системы. Теорема о существовании и единственности задачи Коши для систем. Теорема о продолжении решения. Фундаментальная система решений однородной системы. Линейные системы с постоянными коэффициентами, построение общего решения. Методы решение однородных систем и систем с правой частью специального вида. Экспонента матрицы. Норма матрицы. Фундаментальная матрица.
- 7) Теорема о связи решения задачи Коши для систем и экспоненты матрицы. Свойства экспоненты матрицы;
- 8) Две формулировки теорем о Ф.С.Р.
- 9) Теорема Лиувилля - Остроградского для систем;
- 10) Формулировка теоремы о связи корней и собственных значениях матрицы

Устойчивость.

- 11) Устойчивость по Ляпунову решения (для уравнений первого и второго порядка, разрешенных относительно производной и для систем). Асимптотическая устойчивость решения.

- 12) Траектория автономной системы. Особые точки линейных систем на плоскости, их классификация. Исследование их устойчивости. Формулировка критерия Рауса-Гурвица.
- 13) Исследование устойчивости с помощью функции Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости. Теорема об устойчивости по первому приближению. Формулировка критерия Рауса-Гурвица.