

## Вопросы к коллоквиуму 2 курс, 1 поток, 3 семестр.

Лектор: проф., д.ф.м.н. И.В.Асташова

### Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям Задача Коши.

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Определение решения. Понятие интегральной кривой. Связь интегральных кривых и решений уравнения. Построение решений уравнения первого порядка методом изоклин. Метод разделения переменных (формальный).
2. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Примеры функций, удовлетворяющих и не удовлетворяющих условию Липшица.
3. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям: Задача о радиоактивном распаде вещества, вывод уравнения движения материальной точки под действием силы, приложенной вдоль прямой, задача о размножении бактерий, вывод уравнения движения материальной точки под действием силы тяжести, вывод уравнения малых колебаний математического маятника, вывод уравнения колебаний физического маятника.

### Дифференциальные уравнения 1-ого порядка. Методы интегрирования.

4. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения.
6. Уравнения, сводящиеся к однородным.
7. Линейное уравнение 1-ого порядка.
8. Уравнение Бернулли.
9. Уравнение Риккати.
10. Уравнение в полных дифференциалах. Общий интеграл уравнения.
11. Интегрирующий множитель. Нахождение интегрирующего множителя. Теорема о существовании интегрирующего множителя. Неединственность интегрирующего множителя. Связь между двумя интегрирующими множителями одного уравнения. Связь интегрирующего множителя и особых решений. Построение общего интеграла по двум известным интегрирующим множителям.
12. Уравнения, не разрешенные относительно первой производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.

### Существование и единственность решения.

13. Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка.
14. Лемма Гронуолла.
15. Лемма о дифференциальном неравенстве.
16. Критерий единственности решения задачи Коши для уравнения  $y' = f(y)$ .

### Продолжение решений

17. Теорема о продолжении решения (случаи ограниченной и неограниченной функции и области). Примеры, показывающие, что при выполнении условий локальной

теоремы существования и единственности на всей прямой решение уравнения может не продолжаться на всю прямую.

18. Теорема о продолжении решения на весь заданный интервал (в том числе бесконечный).
19. Непрерывная зависимость решения от начальных условий и правой части уравнения.

### **Дифференциальные уравнения $n$ -ого порядка**

20. Задача Коши для дифференциальных уравнений  $n$ -ого порядка.
21. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциальных уравнений порядка  $n$ .
22. Дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка, допускающие понижение порядка.

### **Линейные дифференциальные уравнения $n$ -ого порядка**

23. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений порядка  $n$ .
24. Линейно зависимые и независимые функции.
25. Определитель Вронского. Формула Лиувилля – Остроградского.
26. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -ого порядка.
27. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -ого порядка.
28. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего решения для различных типов корней.
29. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка. Структура общего решения.
30. Структура частного решения для линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
31. Метод вариации произвольных постоянных.