План проведения лекций (дистанционно) по курсу уравнений в частных производных

5-6 семестр,

2 поток,

Лектор-проф. А.В. Филиновский

Лекция 1. Линейные уравнения второго порядка. Задача Коши.

Характеристические направления и характеристические поверхности.

См. [1], С. 1-6

Лекция 2. Нехарактеристическая задача Коши в классе аналитических функций.

См. [1], С. 6-11

Лекция 3. Аналитические функции нескольких комплексных переменных. Мажоранты. Мажорирующие задачи. Локальная теорема Коши-Ковалевской.

См. [1], С. 11-18

Лекция 4. Глобальная теорема Коши-Ковалевской. Пример Адамара. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

См. [1], С. 18-21

Лекция 5. Приведение к каноническому виду.

См. [1], С. 21-27

Лекция 6. Задача Коши для волнового уравнения. Классическое решение задачи Коши, его единственность. Формула Кирхгофа.

См. [1], С. 27-33

Лекция 7. Формулы Пуассона и Даламбера. Метод спуска.

См. [1], С. 33-37

Лекция 8. Гиперболические уравнения на плоскости.

См. [1], С. 37-44

Лекция 9. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций.

См. [1], С. 44-49

Лекция 10. Функция Грина задачи Дирихле, ее единственность и симметрия. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.

См. [1], С. 49-56

Лекция 11. Обоснование метода Фурье решения смешанной задачи (на примере волнового уравнения).

См. [1], С. 56-59

https://www.youtube.com/watch?v=BCCVcDT9MXU&list=PLrKT9Z6fqU5lLwIH3Is7erlPULUUW_SpW&index=1

Лекция 12. Обоснование метода Фурье решения смешанной задачи (на примере волнового уравнения).

См. [1], С. 59-62

https://www.youtube.com/watch?v=t7r9OniULos&list=PLrKT9Z6fqU5lLwIH3Is7erlPULUUW_SpW&index=2

Лекция 13. Задача Коши и первая смешанная задача для уравнения теплопроводности. Классическое решение.

См. [1], С. 63-65

https://www.youtube.com/watch?v=xaXn4-pUwII&list=PLrKT9Z6fqU5lLwIH3Is7erlPULUUW_SpW&index=3

Лекция 14. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в ограниченной области. Единственность классического решения.

См. [1], С. 63-65

https://www.youtube.com/watch?v=tjNEMZaJeDc&list=PLrKT9Z6fqU5lLwIH3Is7erlPULUUW_SpW&index=4

Лекция 15. Теорема об убывании решения первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности в ограниченной области.

См. [1], С. 66-68

https://www.youtube.com/watch?v=h-ufQ-zbomE&list=PLrKT9Z6fqU5lLwIH3Is7erlPULUUW_SpW&index=6

Лекция 16. Принцип максимума для решения задачи Коши для уравнения теплопроводности в классе ограниченных функций. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Теорема о стабилизации решений задачи Коши для уравнения теплопроводности с одной пространственной переменной. Бесконечная дифференцируемость классического решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

См. [1], С. 66-71

https://www.youtube.com/watch?v=XdtE0VYM2A8&list=PLrKT9Z6fqU5lLwIH3Is7erlPULUUW_SpW&index=5

Лекция 17. Гармонические функции. Принцип максимума. Лемма о знаке внутренней производной гармонической функции.

См. [1], С. 72-78

Лекция 18. Сильный принцип максимума.

См. [1], С. 78-80

Лекция 19. Постановка основных краевых задач для гармонических функций.

Необходимое условие разрешимости задачи Неймана.

См. [1], С. 80-84

Лекция 20. Функция Грина Задачи Дирихле. Симметрия функции Грина.

См. [1], С. 85-91

Лекция 21. Решение задачи Дирихле для шара. Формула Пуассона.

См. [1], С.92-100

Лекция 22. Теоремы о среднем для гармонических функций. Теорема о среднем по сфере. Теорема о среднем по шару. Неравенство Харнака. Теорема об устранимой особенности гармонических функций. Теорема Лиувилля.

См. [1], С.101-107

Лекция 23. Бесконечная дифференцируемость гармонических функций. Неравенства Бернштейна для производных гармонических функций. Аналитичность гармонических функций.

См. [1], С.108-116

Лекция 24. Теоремы Харнака о последовательностях гармонических функций. Внешние краевые задачи для уравнения Лапласа. Сведение внешней задачи к

внутренней. Единственность решения краевых задач.

См. [1], С.116-123

Лекция 25. Пространства функций с обобщенными производными $H^1(Q)$ и $H^k(Q)$. Полнота пространств $H^k(Q)$.

См. [1], С.124-128

Лекция 26. Пространство $\stackrel{o}{H}\!\!{}^1$. Неравенство Фридрихса.

См. [1], С.128-130

Лекция 27. Неравенство Пуанкаре для куба. Осреднение функций. Бесконечная дифференцируемость средних функций.

См. [1], С.128-130

Лекция 28. Теорема о приближении средними функциями в пространстве $L_2(Q)$. Теорема о связи операции осреднения и обобщенной производной.

Лекция 29. Слабое решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Существование и единственность решения.

См. [1], С.130-133

Лекция 30. Вариационный метод решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

См. [1], С.133-137

Лекция 31. Слабое решение задачи Неймана для уравнения Пуассона.

См. [1], С.137-138

Лекция 32. Пространства D(Q) и D’(Q). Дифференцирование обобщенных функций, фундаментальные решения. Решение дифференциальных уравнений в пространстве D’(Q).

См. [1], С.143-150

Литература.

1. Филиновский А.В. Лекции по курсу уравнений в частных производных для студентов отделения математики (Filinovskiy_A_V_UrChP_S6.djvu),