

**Примеры контрольных работ по курсу
”Физико-математические проблемы современной
экономики” (весна 2011).**

Автор - доцент А.В.Лебедев

Контрольная работа 1.

Вариант 1.

1. Рассмотреть модель обмена с двумя потребителями, если: $u_1(x_1, x_2) = x_1x_2^3$, $u_2(y_1, y_2) = y_1^3y_2$, $a_1 = 5$, $a_2 = 10$. Найти контрактную линию и отношение цен на товары. Определить диапазон возможных отношений цен.

2. Рассмотреть модель рынка с двумя ресурсами, двумя производителями и одним потребителем, если: $q_1(x_1, x_2) = (x_1x_2)^{1/3}$, $q_2(y_1, y_2) = (y_1y_2)^{1/3}$, $u(q_1, q_2) = q_1q_2^4$, $a_1 = 6$, $a_2 = 12$. Найти контрактные линии и отношения цен на ресурсы, оптимальные объемы выпуска и отношения цен на продукты, оптимальное распределение ресурсов.

3. Рассмотреть нелинейную паутинообразную модель:

$$D(p) = 30 - 11p, \quad S(p) = p^2 + 2p.$$

Найти равновесную цену и проверить ее устойчивость.

4. Рассмотреть паутинообразную модель с памятью:

$$D(p) = 18 - p, \quad S = 5p_{t-1} + 3p_{t-2}.$$

Найти равновесную цену и проверить ее устойчивость.

5. Рассмотреть модель ненормированного процесса цен:

$$\begin{aligned} F_0(p_0, p_1, p_2) &= (p_1 + p_2)/p_0 - 3, \\ F_1(p_0, p_1, p_2) &= (2p_0 + 3p_2)/p_1 - 6, \\ F_2(p_0, p_1, p_2) &= (p_0 + 5p_1)/p_2 - 4. \end{aligned}$$

Проверить выполнение закона Вальраса. Найти точку равновесия, проверить на глобальную устойчивость.

Вариант 2.

1. Рассмотреть модель обмена с двумя потребителями, если: $u_1(x_1, x_2) = x_1^4 x_2^5$, $u_2(y_1, y_2) = y_1^2 y_2$, $a_1 = 3$, $a_2 = 7$. Найти контрактную линию и отношение цен на товары. Определить диапазон возможных отношений цен.

2. Рассмотреть модель рынка с двумя ресурсами, двумя производителями и одним потребителем, если: $q_1(x_1, x_2) = (x_1 x_2)^{1/4}$, $q_2(y_1, y_2) = (y_1 y_2)^{1/4}$, $u(q_1, q_2) = q_1^2 q_2^3$, $a_1 = 14$, $a_2 = 7$. Найти контрактные линии и отношения цен на ресурсы, оптимальные объемы выпуска и отношения цен на продукты, оптимальное распределение ресурсов.

3. Рассмотреть нелинейную паутинообразную модель:

$$D(p) = \frac{300}{p} - 10, \quad S(p) = 2p.$$

Найти равновесную цену и проверить ее устойчивость.

4. Рассмотреть паутинообразную модель с памятью:

$$D(p) = 45 - 10p, \quad S = 4p_{t-1} + p_{t-2}.$$

Найти равновесную цену и проверить ее устойчивость.

5. Рассмотреть модель ненормированного процесса цен:

$$\begin{aligned} F_0(p_0, p_1, p_2) &= (p_1 + p_2)/p_0 - 2, \\ F_1(p_0, p_1, p_2) &= (p_0 + 7p_2)/p_1 - 3, \\ F_2(p_0, p_1, p_2) &= (p_0 + 2p_1)/p_2 - 8. \end{aligned}$$

Проверить выполнение закона Вальраса. Найти точку равновесия, проверить на глобальную устойчивость.

Контрольная работа 2.

Вариант 1.

1. Каждая единица производственной мощности способна произвести 7 единиц продукции в единицу времени, при этом мощность сокращается на 10%. На 10 единиц продукции можно приобрести одну единицу производственной мощности. Найти оптимальное соотношение производственных методов и максимальный показатель пропорционального роста производства.

2. Фирмы А и В имеют по две стратегии поведения на рынке. Выигрыши фирм заданы следующей таблицей:

	B_1	B_2
A_1	(5; 1)	(0; 0)
A_2	(3; 3)	(2; 5)

Найти точки равновесия Нэша в чистых и смешанных стратегиях.

3. Фирма А имеет несколько стратегий, которые могут принести различный выигрыш в зависимости от состояния рынка С:

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	1	2	3	5
A_2	0	4	1	8
A_3	4	5	6	3

Найти оптимальные чистые стратегии с помощью:

- а) критерия Вальда;
- б) критерия Гурвица с $\gamma = 0, 2$.

4. Имеется корпорация из 4 акционеров. Любое решение принимается простым большинством акций. Определить значимость акционеров с помощью вектора Шепли, если они имеют следующие числа акций: 12, 24, 28, 42.

Вариант 2.

1. Каждая пара кроликов потребляет 6 единиц корма в единицу времени и дает приплод 3 пары. От продажи пары кроликов можно получить 4 единицы корма. Найти оптимальное соотношение производственных методов и максимальный показатель пропорционального роста производства.

2. Фирмы А и В имеют по две стратегии поведения на рынке. Выигрыши фирм заданы следующей таблицей:

	B_1	B_2
A_1	(5; 8)	(7; -5)
A_2	(9; 4)	(-3; 10)

Найти точки равновесия Нэша в чистых и смешанных стратегиях.

3. Фирма А имеет несколько стратегий, которые могут принести различный выигрыш в зависимости от состояния рынка С:

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	1	2	4	5
A_2	7	4	3	6
A_3	3	0	5	1

Найти оптимальные чистые стратегии с помощью:

- а) критерия Вальда;
- б) критерия Гурвица с $\gamma = 0,4$.

4. Имеется корпорация из 4 акционеров. Любое решение принимается простым большинством акций. Определить значимость акционеров с помощью вектора Шепли, если они имеют следующие числа акций: 11, 31, 32, 38.