

Вариант 1
предварительного госэкзамена (ноябрь 2008)

1. Дать определение непрерывной функции одной переменной и перечислить ее свойства.

2. Перечислить критерии сходимости неотрицательных числовых рядов.

3. Выписать условия Коши-Римана для функции комплексного переменного.

4. Привести пример функции нескольких переменных, непрерывной и имеющей производные по любому направлению в точке, но не дифференцируемой в ней.

5. Выписать разложение в степенной ряд функции $\ln(1+x)$.

6. Определить, при каких значениях параметра следующий интеграл: а) сходится, б) абсолютно сходится, в) равномерно сходится.

$$\int_1^{\infty} \frac{\cos x^3}{x^\alpha} dx.$$

7. Вычислить сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^n}{n!}.$$

8. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx.$$

9. Решить дифференциальное уравнение

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 + 1; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

10. Провести классификацию особых точек функции комплексного переменного

$$w(z) = \frac{z}{\sin z^4}.$$

Вариант 2

предварительного госэкзамена (ноябрь 2008)

1. Дать определение интеграла Римана и привести условия интегрируемости функции.
2. Перечислить свойства абсолютно сходящихся числовых рядов.
3. Изложить геометрический смысл производной функции комплексного переменного.
4. Привести пример ограниченной, непрерывной, но не равномерно непрерывной функции на всей числовой оси.
5. Выписать разложение в степенной ряд функции e^x .
6. Определить, при каких значениях параметра следующий интеграл: а) сходится, б) абсолютно сходится, в) равномерно сходится.

$$\int_1^{\infty} \frac{\cos \ln x}{x^\alpha} dx.$$

7. Вычислить сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}.$$

8. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{1+x^2} dx.$$

9. Решить дифференциальное уравнение

$$y'' + 5y' + 6y = 3x^2 - 1; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

10. Провести классификацию особых точек функции комплексного переменного

$$w(z) = z^3 \sin \frac{1}{z}.$$

Вариант 3

предварительного госэкзамена (ноябрь 2008)

1. Дать определение дифференцируемости функции нескольких переменных и условия ее выполнения.

2. Перечислить свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

3. Дать определение вычетов функции комплексного переменного и выражения для них. Сформулировать теорему о вычетах.

4. Привести пример ограниченной неинтегрируемой функции, не являющейся всюду разрывной.

5. Выписать разложение в степенной ряд функции $(1+x)^\alpha$, $\alpha > 0$.

6. Определить, при каких значениях параметра следующий интеграл: а) сходится, б) абсолютно сходится, в) равномерно сходится.

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin e^x}{x^\alpha} dx.$$

7. Вычислить сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n}.$$

8. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \sin 5x dx.$$

9. Решить дифференциальное уравнение

$$y'' + y' - 2y = x^2 + 3x; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

10. Провести классификацию особых точек функции комплексного переменного

$$w(z) = \frac{z^2}{\sin z^5}.$$