**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Гауссовские случайные функции (Gaussian random functions).

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, действительный анализ, теорию вероятностей.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, действительного анализа, теории вероятностей и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ГАУССОВСКИЕ СЛУЧАЙНЫЕ ФУНКЦИИ, «Gaussian random functions»
2. Преподаватели – г.н.с. В.И. Питербарг, с.н.с. И.В. Родионов
3. Аннотация курса: a special course dedicated to the Gaussian distribution in finite and infinite dimensional spaces. We consider the comparison theorems for Gaussian distributions, properties of supports Gaussian distributions in various functional spaces, properties of distribution tails of Gaussian vector norms in Banach spaces.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Gaussian finite dimensional distributions. Existence of the density and its properties. |
| Тема 2 | Gaussian conditional distributions. Conditional mean and variance, properties. |
| Тема 3 | Comparison identity of Gaussian finite dimensional distributions. |
| Тема 4 | Slepian’s comparison Lemma. |
| Тема 5 | Berman’s comparison Lemma. |
| Тема 6 | Fernique-Sudakov comparison Lemma. |
| Тема 7 | Characterization of Gaussian distributions in linear spaces. Alternative definition. |
| Тема 8 | Hilbert space generated by Gaussian function. Properties. . |
| Тема 9 | Strong inegrability of Gaussian vectors. |
| Тема 10 | Zero and one laws for Gaussian vectors. |
| Тема 11 | Norms and tail probability properties of Gaussian vectors. |
| Тема 12 | Zero-one laws |
| Тема 13 | Oscillations of Gaussian functions. |
| Тема 14 | Properties of discontinuous point sets of Gaussian functions. |
| Тема 15 | Belyaev’s and Dobrushin’s alternatives. |
| Тема 16 | Dudley’s entropy integral. |
| Тема 17\* | Dmitrovsky’s inequality |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена*

1. Gaussian finite dimensional distributions. Existence of the density and its properties.
2. Gaussian conditional distributions. Conditional mean and variance, properties.
3. Comparison identity of Gaussian finite dimensional distributions.
4. Slepian’s comparison Lemma.
5. Fernique-Sudakov comparison Lemma.
6. Berman’s comparison Lemma.
7. Characterization of Gaussian distributions in linear spaces. Alternative definition.
8. Norms and tail probability properties of Gaussian vectors. Zero-one laws.
9. Oscillations of Gaussian functions.
10. Dudley’s entropy integral.
11. Dmitrovsky’s inequality.

*Экзаменационные билеты формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка и одной задачи (В), примеры задач см. далее.*

Образцы билетов.

­­Problem 1.

А. Definition and properties of Dudley’s integral.

Б. Proximity of maxima for Gaussian vectors. Berman’s Lemma.

В. Prove that trajectories of a Gaussian random function given in a square are a.s. continuous or a.s. discontinuous. Describe the discontinuous points set in homogeneous Gaussian function case.

Problem 2.

А. Characterization of Gaussian distributions in linear spaces. Alternative definition.

Б. Fernique-Sudakov comparison Lemma. Its role in local properties of Gaussian functions study.

В. Let be the correlation function for a Gaussian stationary process. Let r(t) = 1 – |t|d + o(|t|d) as . Does the Dudley’s integral converge for  ? What about the case ?

Problem 3.

А. Oscillations of Gaussian functions. Belyaev’s alternative.

Б. Conditional Gaussian distributions. Properties of conditional mean and variance.

В. Let X and Y be independent standard Gaussian random variables. Estimate the tail distribution of its product.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсовинформационно-телекоммуникационнойсети «Интернет»:

Перечень литературы:

1) Fernique,~X.~Regularite des trajectories des fonctions aleatoires gaussiennes, Lecture Notes in Mathematics, 1975, vol. 480

2) Piterbarg V. I. Asymptotic Methods in the Theory of Gaussian Processes and Fields. American Mathematical Soc., 1996

3) Lifshtz M. A. Gaussian Random Functions. Springer, 1995

4) Vladimir I. Piterbarg, Twenty Lectures About Gaussian Processes. Atlantic Financial Press, London, 2015.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html