**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Стохастические модели в исследовании операций и финансах.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ИССЛЕДОВАНИИ ОПЕРАЦИЙ И ФИНАНСАХ.«Оценка стоимости производных финансовых инструментов»
2. Преподаватель – доц. С.В. Жуленев
3. Аннотация курса: Специальный курс для студентов включает следующие разделы случайных процессов и финансовой математики: мартингалы, винеровский процесс, геометрическое броуновское движение, риск-нейтральный подход к определению стоимости и др.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Риск-нейтральный подход к оценке стоимости. |
| Тема 2 | Первый вариант. О риск-нейтральном подходе. |
| Тема 3 | Простейшие формулы стоимости евроопционов колл и пут. |
| Тема 4 | Формулы Блэка-Шоулса |
| Тема 5 | Барьерные опционы. Биномиальная модель и комбинаторика |
| Тема 6 | Аналоги формул Кокса-Росса-Рубинштейна и Блэка-Шоулса |
| Тема 7 | Опционы с двойным барьером. Поиск числа искомых траекторий. |
| Тема 8 | Элементы стохастического анализа. |
| Тема 9 | Геометрическое броуновское движение. |
| Тема 10 | Второй вариант. Предположения риск-нейтрального подхода. |
| Тема 11 | Уравнение Блэка-Шоулза-Мертона. |
| Тема 12 | Иллюстративные примеры. Вывод стоимости двух финансовых инструментов: цифрового опциона и степенного опциона колл. |
| Тема 13 | Конкретные примеры. Азиатские опционы |
| Тема 14 | Сложные опционы |
| Тема 15 | Барьерный опцион вверх-и-выход |
| Тема 16 | Опционы, оглядывающиеся назад |
| Тема 17\* | Вспомогательные результаты для упрощения расчета некоторых показателей. Теорема Винера |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (вопросы к устному зачету)*

1. Риск-нейтральный подход к оценке стоимости. Два варианта: 1) биномиальная модель и предельный переход, 2) геометрическое броуновское движение.

2. Первый вариант. О риск-нейтральном подходе. Понятие (B,S)-рынка. Биномиальная модель. Риск-нейтральная вероятность.

3. Простейшие формулы стоимости евроопционов колл и пут. Формулы Кокса-Росса-Рубинштейна. Предположения, обоснование.

4. Формулы Блэка-Шоулса. Объяснение цели предельного перехода, различных условий и их обоснование.

5. Барьерные опционы. Биномиальная модель и комбинаторика. Принцип отражения, максимальная цена и теорема о баллотировке. Стоимость опциона колл вниз-и-вход.

6. Аналоги формул Кокса-Росса-Рубинштейна и Блэка-Шоулса для опциона колл вниз-и-вход.

7. Опционы с двойным барьером. Поиск числа искомых траекторий. Общие соображения и два конкретных варианта траекторий.

8. Элементы стохастического анализа. Элементарное случайное блуждание. Арифметическое броуновское движение. Винеровский процесс. Лемма Ито.

9. Геометрическое броуновское движение. Ожидаемая годовая доходность и волатильность. Прямое и обратное уравнения Колмогорова.

10. Второй вариант. Предположения риск-нейтрального подхода. Геометрическое броуновское движение - модель изменения цены базового актива. Изменение стоимости денег со временем и условие самого риск-нейтрального подхода.

11. Уравнение Блэка-Шоулза-Мертона. Предположения и обоснование. Понятия безарбитражности рынка и его полноты. О существовании мартингальной или риск-нейтральной меры.

12. Иллюстративные примеры. Вывод стоимости двух финансовых инструментов: цифрового опциона и степенного опциона колл.

13. Конкретные примеры. Азиатские опционы. Поиск условного распределения. Расчет стоимости. Вывод обратного уравнения Колмогорова (в нестандартной ситуации).

14. Сложные опционы. Запись предположений. Ситуация европейского опциона колл. Ее аналог для сложного опциона. Расчет стоимости - вычисление двумерного интеграла.

15. Барьерный опцион вверх-и-выход. Исходное выражение для стоимости в виде интеграла. Получение формулы для нужной

функции распределения. Окончательный расчет интеграла.

16. Опционы, оглядывающиеся назад (точнее, на минимум). Риск-нейтральное представление для стоимости. Обоснование искомого выражения для стоимости.

17. Вспомогательные результаты для упрощения расчета некоторых показателей. Теорема Винера. Обобщение понятия броуновского движения. Квадратичная вариация, локальное время.

18. Строго марковское свойство. Совместное распределение или принцип отражения. Изменение сноса за счет изменения меры. Распределение момента достижения.

*Экзаменационные билеты (билеты к устному зачету) формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка, примеры см. далее.*

Образцы билетов.

Билет №1.

А. Формулы Блэка-Шоулса. Объяснение цели предельного перехода, различных условий и их обоснование.

Б. Сложные опционы. Запись предположений. Ситуация европейского опциона колл. Ее аналог для сложного опциона. Расчет стоимости - вычисление двумерного интеграла.

Билет №2.

А. Элементы стохастического анализа. Элементарное случайное блуждание. Арифметическое броуновское движение. Винеровский процесс. Лемма Ито.

Б. Барьерный опцион вверх-и-выход. Исходное выражение для стоимости в виде интеграла. Получение формулы для нужной

функции распределения. Окончательный расчет интеграла.

Билет №2.

А. Геометрическое броуновское движение. Ожидаемая годовая доходность и волатильность. Прямое и обратное уравнения Колмогорова.

Б. Строго марковское свойство. Совместное распределение или принцип отражения. Изменение сноса за счет изменения меры. Распределение момента достижения.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Основная литература

1. Жуленев С.В. Финансовая математика. Введение в классическую теорию, ч.2. М.: МГУ, 2012, 432 с.

Дополнительная литература

1. Люу Ю.Д. Методы и алгоритмы финансовой математики. М.: Бином. Лаб. знаний, 2007, 752 с.

2. Schlogl Erik. Quantitative Finance. An object-Oriented Approach in C++, A Chapman & Hall book, 2014, 354 p.

3. Harrison J.M. Brownian Motion and Stochastic Flow Systems, Malabar, Florida, Krieger Publishing Company, 1990, 187 p.

4. Халл Дж. К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты, 6-е изд. М.,С-П.,К.: Вильямс, 2007, 1052 с.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html