**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Вероятностно-статистические методы.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 5зачетных единицы, всего 180 часов, из которых 70 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (62 часа занятия лекционного типа, 8 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации),110 часов составляет самостоятельная работа студента.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, действительный анализ, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, действительного анализа, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам\* (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 2 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 3 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 4 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 6 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 7 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 8 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 9 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 10 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 11 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 12 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 13 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 14 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 15 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 16 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 17 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 18 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 19 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 20 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 21 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 22 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 23 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 24 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 25 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 26 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 27 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 28 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 29 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 30 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 31 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 32 | 2 |  |  |  |  |  | 0 | 2 |  | 2 |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 24 |  |  |  |  | 2 | 2 | 22 |  | 22 |
| **Итого** | 180 | 62 |  |  |  | 8 | 70 | 110 |  | 110 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «незачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ. «Пространственная структура ветвящихся случайных блужданий»
2. Преподаватель - проф. E. Б. Яровая
3. Аннотация курса: курс посвящен ветвящимся случайным блужданиям – одной из интенсивно развивающихся областей теории вероятностей и случайных процессов. Ветвящееся случайное блуждание (ВСБ) является стохастическим процессом, сочетающим в себе свойства случайного блуждания и ветвящегося процесса. В последние годы актуальным стало исследование поведения сложных стохастических систем с размножением, гибелью и перемещением элементов в зависимости от структуры среды и пространственной динамики, которые не вписываются в рамки классических теорий. Подобные модели возникают в статистической физике, химической кинетике, теории гомополимеров. Вероятностные модели ВСБ принято описывать в терминах размножения, гибели и блуждания частиц. В настоящем курсе будут рассмотрены ВСБ c непрерывным временем на многомерных решетках с различной пространственной динамикой в неоднородных и случайных средах как при фиксированных пространственных координатах, так и при совместном росте пространственных координат и времени. Будет приведен обзор необходимых для изложения функционально-аналитических методов исследования ВСБ.
4. Тематическое содержание курса

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Симметричные ветвящиеся случайные блуждания по многомерным решеткам. Модели. |
| Тема 2 | Симметричные ветвящиеся случайные блуждания с одним источником. Генератор случайного блуждания. |
| Тема 3 | Симметричные ветвящиеся случайные блуждания с одним источником. Описание модели. Процесс ветвления в источнике |
| Тема 4 | Симметричные ветвящиеся случайные блуждания с одним источником. Основные уравнения. |
| Тема 5 | Фазовые переходы в ветвящихся случайных блужданиях. Асимптотическое поведение моментов |
| Тема 6 | Фазовые переходы в ветвящихся случайных блужданиях. Вероятность выживания популяции |
| Тема 7 | Фазовые переходы в ветвящихся случайных блужданиях. Вероятность наличия частиц в произвольной точке |
| Тема 8 | Фазовые переходы в ветвящихся случайных блужданиях. Предельное поведение ветвящихся случайных блужданий |
| Тема 9 | Отказ от предположения о конечности дисперсии скачков. Модель ветвящихся случайных блужданий с бесконечной дисперсией скачков |
| Тема 10 | Ветвящиеся случайные блуждания с бесконечной дисперсией скачков. Критерий возвратности |
| Тема 11 | Ветвящиеся случайные блуждания с бесконечной дисперсией скачков. Предельные теоремы |
| Тема 12 | Модели ветвящихся случайных блужданий с нарушением симметрии |
| Тема 13 | Ветвящееся случайное блуждание с нарушением симметрии в источнике ветвления. Основные уравнения |
| Тема 14 | Ветвящееся случайное блуждание с нарушением симметрии в источнике ветвления. Свойства эволюционного оператора |
| Тема 15 | Ветвящееся случайное блуждание с нарушением симметрии в источнике ветвления.. Асимптотика моментов |
| Тема 16 | Ветвящееся случайное блуждание с нарушением симметрии в источнике ветвления.. Предельные теоремы |
| Тема 17 | Несимметричные случайные блуждания с конечным числом источников ветвления трех типов. Модель ВСБ r/k/m |
| Тема 18 | Несимметричные случайные блуждания с конечным числом источников ветвления трех типов. Основные результаты |
| Тема 19 | Фазовые переходы в надкритических ветвящихся случайных блужданиях. Примеры ветвящегося случайного блуждания с источником и ``псево-источником’’ и с двумя источниками. |
| Тема 20 | Пространственно-временная структура ветвящихся случайных блужданий. Предельные теоремы для больших уклонений случайного блуждания |
| Тема 21 | Пространственно-временная структура ветвящихся случайных блужданий. Предельные теоремы для функции Грина решетчатого лапласиана |
| Тема 22 | Пространственно-временная структура ветвящихся случайных блужданий. Предельные теоремы для функции Грина оператора симметричного случайного блуждания с конечной дисперсией скачков |
| Тема 23 | Пространственно-временная структура ветвящихся случайных блужданий. Большие уклонения для ветвящегося случайного блуждания |
| Тема 24 | Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Случайные среды и потенциалы |
| Тема 25 | Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Ветвящееся случайное блуждание в однородной случайной среде |
| Тема 26 | Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Ветвящееся случайное блуждание в неоднородной случайной среде |
| Тема 27 | Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Представление Фейнмана-Каца |
| Тема 28 | Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Предельная теорема для моментов |
| Тема 29 | Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Моменты для потенциалов вейбулловского и гумбелевского типов. |
| Тема 30 | Симметричные ветвящиеся случайные блуждания с конечным числом источников ветвления. Структура положительного дискретного спектра оператора. Пример для источников одинаковой интенсивности, расположенных в вершинах симплекса |
| Тема 31 | Симметричные ветвящиеся случайные блуждания с конечным числом источников ветвления. Определение слабо надкритического случайного блуждания. Условие слабой надкритичности |
| Тема 32 | Симметричные ветвящиеся случайные блуждания с конечным числом источников ветвления. Предельные теоремы |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к устному зачету)*:

1. Ветвящийся процесс Гальтона-Ватсона с непрерывным временем.
2. Случайное блуждание по многомерной решетке, лежащее в основе ВСБ.
3. Модель симметричного ВСБ с одним источником.
4. Свойства генератора симметричного случайного блуждания с непрерывным временем и одним источником ветвления.
5. Основные уравнения для симметричного ВСБ с одним источником. Дифференциальные уравнения для производящих функций.
6. Основные уравнения для симметричного ВСБ с одним источником. Дифференциальные уравнения для моментов.
7. Основные уравнения для симметричного ВСБ с одним источником интегральные уравнения для моментов.
8. Спектральные свойства генератора случайного блуждания. Критерий Вейля.
9. Задача Коши для уравнений первых моментов.
10. О монотонности решения задачи Коши.
11. Фазовые переходы . Понятие критичности ветвящегося случайного блуждания.
12. Предельное по времени поведение моментов в надкритическом случае.
13. Метод моментов. Предельная теорема для надкритического случайного блуждания с одним источником ветвления.
14. Общие методы исследования в критическом и докритическом случаях. Тауберовы теоремы. Лемма о свертках.
15. Критический случай. Первые моменты численностей частиц на решетках размерностей меньших пяти.
16. Критический случай. Первые моменты численностей частиц на решетках размерностей больших четырех.
17. Критический случай. Старшие моменты.
18. Докритический случай. Первые моменты.
19. Докритический случай. Старшие моменты.
20. Фазовые переходы . Вероятность вырождения популяции.
21. Фазовые переходы . Вероятность наличия частиц в произвольной точке.
22. Фазовые переходы . Предельное поведение ветвящихся случайных блужданий.
23. Фазовые переходы. Влияние интенсивности источника и размерности пространства на свойства ветвящегося случайного блуждания. Предельные теоремы.
24. Отказ от предположения о конечности дисперсии скачков. Модель ветвящихся случайных блужданий с бесконечной дисперсией скачков.
25. Ветвящиеся случайные блуждания с бесконечной дисперсией скачков. Свойства преобразования Фурье переходных интенсивностей случайного блуждания, лежащего в основе процесса.
26. Ветвящиеся случайные блуждания с бесконечной дисперсией скачков. Критерий возвратности.
27. Ветвящиеся случайные блуждания с бесконечной дисперсией скачков. Предельные теоремы.
28. Ветвящееся случайное блуждание с нарушением симметрии в источнике ветвления. Основные уравнения.
29. Ветвящееся случайное блуждание с нарушением симметрии в источнике ветвления. Свойства эволюционного оператора.
30. Ветвящееся случайное блуждание с нарушением симметрии в источнике ветвления. Асимптотика моментов.
31. Ветвящееся случайное блуждание с нарушением симметрии в источнике ветвления. Предельные теоремы.
32. Несимметричные случайные блуждания с конечным числом источников ветвления трех типов. Модель ВСБ r/k/m.
33. Симметричные и симметризуемые ВСБ. Теоремы о симметризуемых операторах и их применение к исследованию ВСБ. Примеры.
34. Несимметричные случайные блуждания с конечным числом источников ветвления трех типов. Основные результаты.
35. Фазовые переходы в надкритических ветвящихся случайных блужданиях. Примеры ветвящегося случайного блуждания с источником и ``псево-источником’’ и с двумя источниками.
36. Возвратность и невозвратность случайного блуждания в терминах функции Грина.
37. Анализ асимптотического поведения функции Грина при фиксированной пространственной координате.
38. Тауберовы теоремы и их применение к исследованию функции Грина.
39. Простое симметричное случайное блуждание. Связь между многомерными и одномерными переходными вероятностями.
40. Глобальная теорема о переходных вероятностях. Одномерная решетка.
41. Глобальная теорема о переходных вероятностях. Многомерная решетка.
42. Шкала изменения вероятности при совместном росте пространственной и временной переменной.
43. Предельные теоремы о переходных вероятностях при различных соотношениях между уклонением блуждания и временем.
44. Предельные теоремы о переходных вероятностях при различных соотношениях между уклонением блуждания и временем.
45. Локальная предельная теорема как следствие глобальной предельной теоремы.
46. Предельная теорема о поведении функции Грина при фиксированном положительном параметре.
47. Предельная теорема о поведении функции Грина при малых значениях параметра.
48. Предельная теорема о поведении функции Грина при нулевом параметре для невозвратных случайных блужданий.
49. Формулировка предельных теорем для функции Грина оператора симметричного случайного блуждания с конечной дисперсией скачков.
50. Пространственно-временная структура ветвящихся случайных блужданий. Большие уклонения для ветвящегося случайного блуждания.
51. Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Случайные среды и потенциалы.
52. Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Ветвящееся случайное блуждание в однородной случайной среде.
53. Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Ветвящееся случайное блуждание в неоднородной случайной среде.
54. Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Представление Фейнмана-Каца.
55. Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Предельная теорема для моментов.
56. Ветвящиеся случайные блуждания в случайных средах. Моменты для потенциалов вейбулловского и гумбелевского типов.
57. Симметричные ветвящиеся случайные блуждания с конечным числом источников ветвления. Теоремы о структуре положительного дискретного спектра оператора.
58. Симметричные ветвящиеся случайные блуждания с конечным числом источников ветвления. Пример для случая источников одинаковой интенсивности, расположенных в вершинах симплекса.
59. Симметричные ветвящиеся случайные блуждания с конечным числом источников ветвления. Определение слабо надкритического случайного блуждания. Условие слабой надкритичности.
60. Симметричные ветвящиеся случайные блуждания с конечным числом источников ветвления. Предельные теоремы

*Экзаменационные билеты содержат два вопроса (1 и 2) из указанного списка и одной задачи (3), примеры задач см. далее в образцах билетов.*

Образцы билетов.

­­Билет №1.

1. Несимметричные случайные блуждания с конечным числом источников ветвления трех типов. Модель ВСБ r/k/m.

2. Предельное по времени поведение моментов в надкритическом случае для симметризуемых ВСБ с одним источником.

3. Исследовать структуру положительно дискретного спектра эволюционного оператора средних численностей частиц для ВСБ с *N* источниками ветвления одинаковой интенсивности, расположенными в вершинах симплекса.

Билет №2.

1. Глобальная теорема о переходных вероятностях. Многомерная решетка.

2. Ветвящееся случайное блуждание в однородной случайной среде. Предельное поведение моментов.

3. Привести пример модели ВСБ 2/0/0. Описать фазовые переходы в надкритическом случае для размерностей решетки *d≥3.*

Билет №3

1. Основные уравнения для симметричного ВСБ с одним источником. Дифференциальные уравнения для моментов численностей частиц.

2. Структура положительного дискретного спектра эволюционного оператора ВСБ с конечным числом источников одинаковой интенсивности.

3. Найти асимптотическое поведение средней численности популяции частиц на двумерной решетке при наличии одной частицы в начальный момент времени в произвольной точке решетки для критического симметричного ВСБ с одним источником.

Темы для самостоятельной работы обучающихся: в качестве тем для самостоятельной работы может быть предложен детальный разбор статей по тематике спецкурса.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсовинформационно-телекоммуникационнойсети «Интернет»:

Перечень литературы:

1. Ахиезер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1966. 544 с.

2. Бари Н. К. Тригонометрические ряды. М.: Физматгиз, 1961. 936 с.

3. Богачев Л. В., Яровая Е. Б. Моментный анализ ветвящегося случайного блуждания на решетке с одним источником // Доклады Академии наук. 1998. Т. 363, № 4. С. 439–442.

4. Богачев Л. В., Яровая Е. Б. Предельная теорема для надкритического ветвящегося случайного блуждания на Z𝑑 с одним источником // Успехи математических наук. 1998. Т. 53, № 5(323). С. 229–230.

5. Брейн Н. Г. Асимптотические методы в анализе. М.: ИЛ, 1961. 247 с.

6. Ватутин В. А., Зубков А. М. Ветвящиеся процессы. I // Итоги науки и техники. Теория вероятн. Матем. статистика. Теор. кибернетика. М.: ВИНИТИ, 1985. Т. 23. С. 3–67.

7. Гихман И. И., Скороход А. В. Теория случайных процессов. М.: Наука, 1973. Т. II. 640 с.

8. Лоэв М. Теория вероятностей. M.: ИЛ, 1962. 720 с.

9. Молчанов С. А., Яровая Е. Б. Ветвящиеся процессы с решетчатой пространственной динамикой и конечным множеством центров генерации частиц // Доклады Академии наук. 2012. Т. 446, № 3. С. 259–262.

10. Молчанов С. А., Яровая Е. Б. Предельные теоремы для функции Грина решетчатого лапласиана при больших уклонениях случайного блуждания // Изв. РАН. Сер. матем. 2012. Т. 76, № 6. С. 123–152.

11. Молчанов С. А., Яровая Е. Б. Структура популяции внутри распространяющегося фронта ветвящегося случайного блуждания с конечным числом центров генерации частиц // Доклады Академии наук. 2012. Т. 447, № 3. С. 265–268.

12. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. 2. Гармонический анализ. Самосопряженность. М.: Мир, 1978. 393 с.

13. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. 4. Анализ операторов. М.: Мир, 1982. 426 с.

14. Севастьянов Б. А. Ветвящиеся процессы. М.: Наука, 1971. 442 с.

15. Сенета Е. Правильно меняющиеся функции. M.: Наука, 1985. 144 с.

16. Спицер Ф. Принципы случайного блуждания. М.: Мир, 1969. 472 с.

17. Федорюк М. В. Асимптотика: Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.

18. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984. Т. 2. 752 с.

19. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. M.: Физматгиз, 1963. Т. III. 656 с.

20. Ширяев А. Н. Вероятность. В 2-х кн. 3-е изд. М.: МЦНМО, 2004. Кн. 1 —520 с., Кн. 2 — 408 с.

21. Яровая Е. Б. Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде. М. Центр прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2007. 104 с. ISBN: 978-5-211-05431-8.

22. Яровая Е. Б. Критерии экспоненциального роста числа частиц в моделях ветвящихся случайных блужданий // Теория вероятн. и ее примен. 2010. Т. 55, № 4. С. 705–731.

23. Яровая Е. Б. Монотонность вероятности возвращения в источник в моделях ветвящихся случайных блужданий // Вестник Моск. ун-та. Сер. 1: Математика. Механика. 2010. № 2. С. 44–47.

24. Яровая Е. Б. Спектральные свойства эволюционных операторов в моделях ветвящихся блужданий с несколькими источниками ветвления // Математические заметки. 2012. Т. 92, № 1. С. 124–140.

25. Albeverio S., Bogachev L. V., Molchanov S. A., Yarovaya E. B. Annealed moment Lyapunov exponents for a branching random walk in a homogeneous random branching environment // Markov Process. Related Fields. 2000. Vol. 6, no. 4. P. 473–516.

26. Athreya K. B., Ney P. E. Branching processes. New York: Springer-Verlag, 1972. xi+287 p. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 196.

27. Borovkov, A., Borovkov, K. Asymptotic Analysis of Random Walks. Heavy-Tailed Distributions. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

28. Cranston M., Koralov L., Molchanov S., Vainberg B. Continuous model for homopolymers // J. Funct. Anal. 2009. Vol. 256, no. 8. P. 2656–2696.

29. Révész, P. Random Walk in Random and Non-random Environments (Third Edition), World Scientific Pub Co. [ISBN 978-981-4447-50-8](https://en.wikipedia.org/wiki/Special:BookSources/9789814447508), 2013.

30. Yarovaya E. B The Structure of the Positive Discrete Spectrum of the Evolution Operator Arising in Branching Random Walks // Doklady Mathematics, Vol. 92, No. 1, pp. 507–510, 2015. (Original Russian Text © E.B. Yarovaya, 2015, published in Doklady Akademii Nauk, 2015, Vol. 463, No. 6, pp. 646–649)..

31. E. B. Yarovaya Operators Satisfying the Schur Condition and their Applications to the Branching Random Walks, Communications in Statistics - Theory and Methods, 43:7, 1523-1532, 2014.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html