**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 января 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): ОСНОВЫ АКТУАРНОЙ И ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация:Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, обязательным спецкурсом.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 5зачетных единицы, всего 180 часов, из которых 70 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (62 часа занятия лекционного типа, 8 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации),110 часов составляет самостоятельная работа студента.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру, теорию вероятностей
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очнаяформа обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам\* (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 2 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 3 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 4 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 6 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 7 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 8 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 9 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 10 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 11 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 12 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 13 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 14 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 15 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 16 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 17 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 18 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 19 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 20 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 21 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 22 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 23 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 24 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 25 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 26 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 27 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 28 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 29 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 30 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 31 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 32 | 2 |  |  |  |  |  | 0 | 2 |  | 2 |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 24 |  |  |  |  | 2 | 2 | 22 |  | 22 |
| **Итого** | 180 | 62 |  |  |  | 8 | 70 | 110 |  | 110 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «незачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ОСНОВЫ АКТУАРНОЙ И ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ
2. Преподаватель – проф. Г.И.Фалин
3. Аннотация курса: основные понятия, модели и методы математики финансов и инвестиций, включая их приложения для анализа инвестиционных проектов, займов, облигаций, основные понятития, модели и методы математики страхования жизни, расчёт премий и резервов для основных продуктов страхования жизни, финансовые и актурные расчёты с использованием электронных таблиц..
4. Тематическое содержание курса

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Основы страхового и финансового законодательства. История страхования и актуарной деятельности в России и в зарубежных странах. Современные программы подготовки и аттестации актуариев. |
| Тема 2 | Элементарная теория процентных ставок. Влияние инфляции. Номинальные ставки. Непрерывные модели финансовой математики. |
| Тема 3 | Текущая стоимость. Оценивание денежных потоков. Принцип эквивалентности обязательств. Постоянные детерминированные ренты |
| Тема 4 | Отсроченные, возрастающие, непрерывные ренты. |
| Тема 5 | Расписание погашения долга, разделение выплаты на проценты и погашение основной суммы займа, вычисление размера непогашенного долга – анализ с помощью принципа эквивалентности, перспективный метод, ретроспективный метод. |
| Тема 6 | Стандартная схема займа с постоянными выплатами – прямое решение разностного уравнения. Усреднённая процентная ставка, полная стоимость кредита. Примеры банковских предложений по займам (потребительские кредиты, жилищные кредиты, автокредиты, кредитные карты – их разновидности). |
| Тема 7 | Доходность инвестиционных проектов. Чистая текущая стоимость (NPV), её интерпретация. Расчёт NPV при разных ставках по депозитам и займам. Срок окупаемости, дисконтированный период окупаемости проекта. |
| Тема 8 | Внутренняя ставка дохода (IRR), уравнение доходности, интерпретация его корней, существование внутренней ставки дохода. Численное решение уравнения доходности методом Ньютона, ограничения. |
| Тема 9 | Доходность фонда. Формула Харди. Средняя по времени доходность. Эквивалентная по деньгам доходность. Паевые фонды, их доходность. |
| Тема 10 | Общее описание облигаций: проспект эмиссии, номинальная стоимость, купон, купонный период, квази-купонный период, квази-купонная дата, день заключения сделки, день окончательного расчёта, цена облигации. Облигации и акции. Виды облигаций в зависимости от эмитента. |
| Тема 11 | Цена облигации и эффективная годовая доходность к погашению. Премия за риск дефолта. Премиальные и дисконтные облигации. Доходность к погашению. Формулы для стандартных облигаций. |
| Тема 12 | Чистая цена. Грязная цена. Накопленный купонный доход. Бездивидендный период. Приближения для доходности к погашению (простая доходностью к погашению, средний процент к погашению, уточнённый средний процент к погашению, [текущая доходность](http://dic.academic.ru/dic.nsf/eng_rus/319693/%D1%82%D0%B5%D0%BA%D1%83%D1%89%D0%B0%D1%8F)). |
| Тема 13 | Расчёты характеристик реальных облигаций (ОФЗ, ГКО, корпоративные облигации, правительственные облигации США и Великобритании). Расчёты с помощью стандартных финансовых функций Microsoft Office. |
| Тема 14 | Арбитраж, хеджирование. Вычисление цены поставки по форвардному контракту при отсутствии арбитража. |
| Тема 15 | Временнáя структура процентных ставок. Основные факторы, влияющие на зависимость процентных ставок от срока. Текущая доходность, паритетная доходность, мгновенная форвардная доходность, связь между форвардными и текущими процентными ставками. |
| Тема 16 | Сглаживание реальных данных. Методика ЕЦБ. Методика расчета кривой бескупонной доходности государственных облигаций Московской биржи. |
| Тема 17 | Чувствительность текущей стоимости денежного потока к изменению процентной ставки, продолжительность Макóли (средний дисконтированный срок). Выпуклость денежного потока, иммунизация. |
| Тема 18 | Простые стохастические модели для доходности инвестиций. Вычисление среднего значения и дисперсии накопления для независимых и одинаково распределённых годовых процентных ставок. Вычисление функции распределения накопления и текущей стоимости для модели с лог-нормальным коэффициентом роста. |
| Тема 19 | Полисы накопления капитала. Расчёт премий. Денежная оценка полисов. |
| Тема 20 | Выкупные суммы, цена полностью оплаченного полиса и изменение условий полиса. |
| Тема 21 | Модель индивидуального риска. Приближенный расчёт вероятности разорения. Принципы назначения страховых премий, их оптимальность. |
| Тема 22 | Время жизни как случайная величина. Функция выживания. Кривая смертей. Интенсивность смертности. Аналитические законы смертности (де Муавра, Гомпертца, Мэкама). Остаточное время жизни. Основные актуарные обозначения. |
| Тема 23 | Округлённое время жизни. Приближения для дробных возрастов (линейная интерполяция функции выживания, постоянная интенсивность смертности, предположение Балдуччи). Общие таблицы продолжительности жизни. Таблицы отбора риска. Таблицы с отбором ограниченного действия. Предельная смертность. Российская демографическая статистика. Британские страховые таблицы (ELT15, AM92, PMA92, IML92 и т.д.). |
| Тема 24 | Основные виды долгосрочного страхования жизни (пожизненное, временное, смешанное, отложенное, с убывающей/возрастающей страховой суммой), их сфера применения. Общая модель долгосрочного страхования жизни. Вероятность разорения для простой модели. Теорема о дисперсии приведённой стоимости. |
| Тема 25 | Разовые нетто-премии для основных непрерывных видов страхования. |
| Тема 26 | Разовые нетто-премии для основных дискретных видов страхования. |
| Тема 27 | Связь между непрерывными и дискретными видами страхования. Учет андеррайтинга. |
| Тема 28 | Пожизненные ренты. Актуарная приведенная ценность и актуарное накопление. |
| Тема 29 | Пожизненные ренты, выплачиваемы с частотой *p.*  Связь с рентами, выплачиваемыми раз в год. Непрерывные пожизненные ренты. Ренты с пропорциональной компенсацией. |
| Тема 30 | Периодические нетто-премии. Премии, учитывающие расходы. Расчет защитной надбавки. |
| Тема 31 | Резервы. Понятие резерва. Перспективная формула и ее варианты для простейших видов страхования. Ретроспективная формула. Расчет страхового резерва. Доходность страхования. |
| Тема 32 | Актуарные расчеты с использованием электронных таблиц. Метод денежных потоков. Метод динамики активов. Непрерывные договоры. |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Элементарная теория процентных ставок. Эффективная процентная ставка, учётная ставка. Округление при финансовых вычислениях.

2. Время в финансовых вычислениях (методы «Actual/Actual (ISDA)», «Actual/360», «Actual/365 (Fixed)», группа методов типа «30/360» – «Eurobond Basis», «Bond Basis», «US (NASD) 30/360»).

3. Влияние инфляции, денежная и реальная процентная ставка, формула Фишера.

4. Простые и сложные проценты – вывод основных формул с помощью функциональных уравнений Коши.

5. Номинальные ставки. Практика расчётов по вкладам. Годовая эквивалентная ставка. Брутто-ставка. Формулы, связывющие величины *v*, , , . Расчёты с помощью стандартных финансовых функций Microsoft Office.

6. Непрерывные модели финансовой математики, интенсивность процентов, зависящая от времени.

7. Текущая стоимость. Оценивание денежных потоков. Принцип эквивалентности обязательств. Справедливое соотношение между взносами в пенсионный фонд и будущими пенсионными выплатами.

8. Постоянные детерминированные ренты; формулы для величин   в терминах коэффициента дисконтирования *v*, интенсивности процентов , процентных ставок , учётных ставкок  и срока *n*. Бессрочные ренты (британские консолидированные ренты).

9. Отсроченные ренты; формулы для величин  в терминах величин . Расчёты с помощью стандартных финансовых функций Microsoft Office.

10. Возрастающие ренты; формулы для величин     в терминах величин , .

11. Непрерывные ренты, величины .

12. Общая схема долга. Расписание погашения долга, разделение выплаты на проценты и погашение основной суммы займа, вычисление размера непогашенного долга – анализ с помощью принципа эквивалентности, перспективный метод, ретроспективный метод.

13. Стандартная схема займа с постоянными выплатами – прямое решение разностного уравнения. Усреднённая процентная ставка, полная стоимость кредита.

14. Примеры банковских предложений по займам (потребительские кредиты, жилищные кредиты, автокредиты, кредитные карты – их разновидности), специфика расчётов. Расчёты с помощью стандартных финансовых функций Microsoft Office.

15. Графическое представление денежного потока. Срок окупаемости, дисконтированный период окупаемости проекта. Чистая текущая стоимость (NPV), её интерпретация. Расчёт NPV при разных ставках по депозитам и займам.

16. Внутренняя ставка дохода (IRR), уравнение доходности, интерпретация его корней, существование внутренней ставки дохода. Численное решение уравнения доходности методом Ньютона, ограничения. Расчёты с помощью стандартных финансовых функций Microsoft Office.

17. Доходность фонда. Формула Харди. Средняя по времени доходность. Эквивалентная по деньгам доходность. Паевые фонды, их доходность.

18. Общее описание облигаций: проспект эмиссии, международный идентификационный номер ценной бумаги (ISIN), код CUSIP, номинальная стоимость, купон, купонный период, квази-купонный период, квази-купонная дата, постоянный и фиксированный купонный процент, день заключения сделки (trade date), день окончательного расчёта (settlement date), цена облигации. Облигации, удерживаемые до погашения, удерживаемые для торговли, доступные для продажи. Облигации с нулевым купоном. Облигации и акции.

19. Виды облигаций в зависимости от эмитента. Правительственные облигации США (казначейские векселя, билеты, облигации, казначейские билеты с плавающей ставкой, казначейские билеты и облигации, защищённые от инфляции, сберегательные облигации серии I и серии ЕЕ), Британские правительственные облигации (treasury bills, gilts, index-linked gilts). Еврооблигации, иностранные облигации. Депозитные сертификаты. Рейтинги эмитентов и облигаций. Котировки.

20. Цена облигации и эффективная годовая доходность к погашению. Премия за риск дефолта. Премиальные и дисконтные облигации. Доходность к погашению. Формулы для стандартных облигаций.

21. Чистая цена. Грязная цена. Накопленный купонный доход. Бездивидендный период. Приближения для доходности к погашению (простая доходностью к погашению, средний процент к погашению, уточнённый средний процент к погашению, [текущая доходность](http://dic.academic.ru/dic.nsf/eng_rus/319693/%D1%82%D0%B5%D0%BA%D1%83%D1%89%D0%B0%D1%8F)).

22. Расчёты характеристик реальных облигаций (ОФЗ, ГКО, корпоративные облигации, правительственные облигации США и Великобритании). Расчёты с помощью стандартных финансовых функций Microsoft Office.

23. Арбитраж, хеджирование. Вычисление цены поставки по форвардному контракту при отсутствии арбитража.

24. Временнáя структура процентных ставок. Основные факторы, влияющие на зависимость процентных ставок от срока. Текущая доходность (spot yield), паритетная доходность (par yield), мгновенная форвардная доходности (instantaneous forward yield), связь между форвардными и текущими процентными ставками.

25. Сглаживание реальных данных. Методика ЕЦБ (модель Svensson). Методика расчета кривой бескупонной доходности государственных облигаций Московской биржи.

26. Чувствительность текущей стоимости денежного потока к изменению процентной ставки, продолжительность Макóли (средний дисконтированный срок).

27. Выпуклость денежного потока, иммунизация.

29. Простые стохастические модели для доходности инвестиций. Вычисление среднего значения и дисперсии накопления для независимых и одинаково распределённых годовых процентных ставок. Вычисление функции распределения накопления и текущей стоимости для модели с лог-нормальным коэффициентом роста.

30. Полисы накопления капитала. Расчёт премий.

31. Денежная оценка полисов накопления капитала.

32. Выкупные суммы для полисов накопления капитала.

33. Цена полностью оплаченного полиса накопления капитала. Изменение условий полиса.

34. Модель индивидуального риска. Приближённый расчёт вероятности разорения.

35. Принципы назначения страховых премий, их оптимальность.

36. Время жизни как случайная величина. Основные вероятностные характеристики продолжительности жизни. Функция выживания. Кривая смертей. Интенсивность смертности. Макрохарактеристики продолжительности жизни. Аналитические законы смертности (де Муавра, Гомпертца, Мэкама).

37. Остаточное время жизни. Распределение остаточного времени жизни. Основные величины, связанные с остаточным временем жизни. Макрохарактеристики остаточного времени жизни. Частичная остаточная продолжительность жизни. Основные актуарные обозначения.

38. Округленное время жизни. Распределение округленного времени жизни. Приближения для дробных возрастов (линейная интерполяция функции выживания, постоянная интенсивность смертности, предположение Балдуччи).

39. Среднее округленное время жизни и его дисперсия. Интегральные характеристики распределения времени жизни для дробных возрастов.

40. Общие таблицы продолжительности жизни. Таблицы отбора риска. Таблицы с отбором ограниченного действия. Предельная смертность.

41. Российская демографическая статистика. Британские страховые таблицы (ELT15, AM92, PMA92, IML92 и т.д.).

42. Основные виды долгосрочного страхования жизни (пожизненное, временное, смешанное, отложенное, с убывающей/возрастающей страховой суммой), их сфера применения.

43. Общая модель долгосрочного страхования жизни.

44. Вероятность разорения для простой модели. Теорема о дисперсии приведенной ценности.

45. Разовые нетто-премии для основных непрерывных видов страхования.

46. Разовые нетто-премии для основных дискретных видов страхования.

47. Связь между непрерывными и дискретными видами страхования. Учет андеррайтинга.

48. Пожизненные ренты. Актуарная приведенная ценность и актуарное накопление.

49. Пожизненные ренты, выплачиваемы с частотой *p.*  Связь с рентами, выплачиваемыми раз в год.

50. Непрерывные пожизненные ренты. Ренты с пропорциональной компенсацией

52. Периодические нетто-премии. Премии, учитывающие расходы. Расчет защитной надбавки.

53. Понятие резерва в страховании жизни. Перспективная формула и ее варианты для простейших видов страхования.

54. Ретроспективная формула. Расчет страхового резерва. Доходность страхования.

55. Актуарные расчеты с использованием электронных таблиц. Метод денежных потоков.

56. Метод динамики активов. Его применение для расчёта непрерывных договоров.

*Экзаменационные билеты (билеты к устному зачету) формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка и одной задачи (В), примеры задач см. далее.*

Примеры задач:

1. Годовые доходности , которые обеспечивает инвестиционный фонд, независимы в совокупности и одинаково распределены, причём величины  имеют логнормальное распределение с параметрами  и . (i) Вычислите ожидаемое накопление через 25 лет, если в начале каждого из 25 последующих лет в фонд инвестируется сумма £3,000. (ii) Вычислите вероятность того, что для разовой инвестиции в размере £1 на срок 20 лет накопление будет больше своего среднего значения.

2. Интенсивность процентов является функцией времени и, при измерении времени *t* годами, задаётся формулой:



(i) Вычислите текущую стоимость единичной денежной суммы, которая должна быть выплачена в момент *t*=12.

(ii) Вычислите эффективную годовую процентную ставку за 12 лет.

(iii) Вычислите приведённую стоимость в момент *t*=0 непрерывного денежного потока, который поступает со скоростью  в единицу времени между моментами *t*=2 и *t*=5.

3. Компания заняла в банке £500,000 на 10 лет под 9% годовых. Этот заём должен быть погашен выплатами постоянного размера в конце каждого года.

(i) Вычислите:

(а) размер ежегодных выплат;

(b) общую сумму процентов, выплаченных за 10 лет.

(ii) В начале восьмого года, сразу после седьмого платежа, компания попросила реструктурировать долг и увеличить оставшийся до полного погашения займа период с трёх до четырёх лет. Банк согласен пойти на это, но при условии, что проценты будут начисляться в соответствии с эффективной годовой ставкой 12%, а выплаты будут произволиться в конце каждого квартала.

(а) Вычислите размер этих ежеквартальных выплат;

(b) Вычислите размер процентов во втором платеже по пересмотренному графику возврата долга.

4. Девять месяцев тому назад пенсионный фонд купил офисное здание за £5 миллионов. Фонд предполагает через два месяца потратить ещё £900,000 на обновление здания. Одна компания согласилась арендовать здание через 6 месяцев от настоящего момента. Договор аренды предполагает, что эта компания арендует здание на 15 лет, а по истечении срока аренды купит его за £6 миллионов. Кроме того, было условлено, что арендная плата будет вноситься в начале каждого квартала и каждые 3 года будет увеличиваться, исходя из сложной ставки 4% в год. Исходная арендная плата была установлена в размере £800,000 в год, причём первая выплата должна быть сделана в день начала аренды. Вычислите чистую приведённую стоимость этого проекта для пенсионного фонда на день покупки офисного здания, исходя из годовой эффективной ставки 8%.

5. Инвестор рассматривает возможность покупки двух видов облигаций государственного займа, выпущенных правительствами стран А и В соответственно. Оба вида облигаций номинированы в евро. Каждая облигация обеспечивает возврат капитала €100 и купонного платежа в размере €6 через один год. Инвестор уверен, что он гарантированно получит обе суммы за облигацию, выпущенную страной А. Для облигации, выпущенной страной В, по его мнению, есть 4 возможности, указанные в следующей таблице.

|  |  |
| --- | --- |
| Исход | Вероятность |
| Ни капитал, ни купон не оплачиваются | 0.1 |
| Капитал выплачивается, купон – нет | 0.2 |
| Выплачивается 50% капитала, купон – нет | 0.3 |
| Полностью выплачиваются и капитал, и купон | 0.4 |

Цена облигации, выпущенной страной А, равна €101.

(i) Вычислите цену облигации, выпущенной страной В, которая обеспечивала бы такую же среднюю доходность, что и облигация, выпущенная страной А.

(ii) Предполагая, что облигация, выпущенная страной В, продаётся по цене, вычисленной в пункте (i), вычислите полную доходность этой облигации к погашению.

(iii) Объясните, почему инвестор мог бы требовать более высокую среднюю доходность облигации, выпущенной страной В, по сравнению с облигацией, выпущенной страной А.

6. На счёте инвестора 1 января 2006 находилась сумма £41,000. 1 августа 2006 он положил на счёт ещё £12,000. 31 июля 2006 его счёт был £45,000, а 31 декабря 2007 он увеличился до £72,000. Предполагая, что он больше не осуществлял никаких других операций по внесению денег на счёт или по снятию денег со счёта, вычислите среднюю по времени эффективную годовую ставку дохода за период с 1 января 2006 до 31 декабря 2007.

7. В страховой компании, которая занимается медицинским страхованием на случай госпитализации, застраховано 160 человек: 80 на страховую сумму $10,000 каждый, 35 на $20,000 каждый, 25 на $30,000 каждый, 15 на $50,000 каждый и последние 5 человек на $100,000 каждый. Все эти риски независимы. Вероятность госпитализации в течение года для любого из застрахованных равна 0.04 (возможностью двух и более госпитализаций можно пренебречь). В случае госпитализации застрахованного медицинские расходы на его лечение равномерно распределены от 0 до страховой суммы. Подсчитайте относительную защитную надбавку, достаточную, чтобы с вероятность 99% собранных премий хватило для покрытия всех потерь (используйте нормальное приближение; z0.99=2.326).

8. Страховая компания "Надежная Защита" продала г-же Ивановой полис 3-х летнего страхования жизни со страховой суммой 1000 и выплатой страхового возмещения в конце года смерти. Премии рассчитаны на основании принципа эквивалентности и платятся раз в год. В момент заключения договора г-жа Иванова заявила, что ей 30 лет. Через 2 года после заключения договора компании стало известно, что на самом деле возраст г-жи Ивановой в момент заключения договора был 31 год. Поэтому компания решила уменьшить размер страховой суммы таким образом, чтобы уплаченные премии соответствовали на основании принципа эквивалентности новой страховой сумме и реальному возрасту г-жи Ивановой. Определите новую страховую сумму. Известно, что *i*=4%, *q*30=1%, *q*31=2%, *q*32=3%, *q*33=4%.

9. Известно, что *l*30=96307, *l*31=96117, *l*32=95918. Подсчитайте актуарную современную стоимость 3-х летней временной пожизненной ренты, выплачиваемой раз в год в начале года в размере 10000 рублей. Возраст человека на момент заключения договора -- 30 лет. Эффективная годовая процентная ставка *i*=25%.

10. Страховщик заключил договор страхования на два года. Страховая сумма *SA*=400 выплачивается в конце года смерти, а премия вносится двумя равными суммами *P*=74.33 в начале каждого года действия договора. Известно, что резерв нетто-премий в конце первого года равен 1*V*=16.58. Считая, что премия не включает нагрузок, подсчитайте дисперсию потерь по договору в момент его заключения. Техническая процентная ставка, используемая страховщиком, равна *i*=10%.

Образцы билетов.

***Билет* 1.**

**1.** Влияние инфляции, денежная и реальная процентная ставка, формула Фишера.

**2.** Связь между непрерывными и дискретными видами страхования. Учет андеррайтинга.

**Задача к билету.** Страховая компания "Надежная Защита" продала г-же Ивановой полис 3-х летнего страхования жизни со страховой суммой 1000 и выплатой страхового возмещения в конце года смерти. Премии рассчитаны на основании принципа эквивалентности и платятся раз в год. В момент заключения договора г-жа Иванова заявила, что ей 30 лет. Через 2 года после заключения договора компании стало известно, что на самом деле возраст г-жи Ивановой в момент заключения договора был 31 год. Поэтому компания решила уменьшить размер страховой суммы таким образом, чтобы уплаченные премии соответствовали на основании принципа эквивалентности новой страховой сумме и реальному возрасту г-жи Ивановой. Определите новую страховую сумму. Известно, что *i*=4%, *q*30=1%, *q*31=2%, *q*32=3%, *q*33=4%.

***Билет* 2.**

**1.** Приближения для доходности облигации к погашению (простая доходностью к погашению, средний процент к погашению, уточнённый средний процент к погашению, [текущая доходность](http://dic.academic.ru/dic.nsf/eng_rus/319693/%D1%82%D0%B5%D0%BA%D1%83%D1%89%D0%B0%D1%8F)).

**2.** Понятие резерва в страховании жизни. Перспективная формула и ее варианты для простейших видов страхования.

**Задача к билету.** Предположим, что в компании застраховано *N*=3000 человек с вероятностью смерти в течение года *q*=0.3%. Компания выплачивает сумму *b*=250000 руб. в случае смерти застрахованного в течение года и не платит ничего, если этот человек доживет до конца года. Определите суммарную премию, достаточную, чтобы обеспечить вероятность разорения порядка 5%.

***Билет* 3.**

**1.** Внутренняя ставка дохода (IRR), уравнение доходности, интерпретация его корней, существование внутренней ставки дохода. Численное решение уравнения доходности методом Ньютона, ограничения. Расчёты с помощью стандартных финансовых функций Microsoft Office.

**2.** Приближения для дробных возрастов (линейная интерполяция функции выживания, постоянная интенсивность смертности, предположение Балдуччи).

**Задача к билету.** Известно, что *l*30=96307, *l*31=96117, *l*32=95918. Подсчитайте актуарную современную стоимость 3-х летней временной пожизненной ренты, выплачиваемой раз в год в начале года в размере 10000 рублей. Возраст человека на момент заключения договора -- 30 лет. Эффективная годовая процентная ставка *i*=25%.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационнойсети «Интернет»:

Литература основная:

1. J.J. McCutcheon, W.F. Scott. *An Introduction to the Mathematics of Finance*. Oxford, Butterworth-Heinemann Ltd, 1986.

2. Г.И.Фалин. Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем. АНКИЛ 2002.

Литература дополнительная:

1. Г.И.Фалин. *Математический анализ рисков в страховании,* Российский юридический издательский дом, Москва, 1994. ISBN 5-88635-003-0

2. Г.И.Фалин, А.И.Фалин.*Теория риска для актуариев в задачах*, 2-е издание: Мир, Москва, 2004. 240 c., ил. ISBN 5-03-003607-5

3. Г.И.Фалин, А.И.Фалин.*Актуарная математика в задачах,* 2-е издание: Физматлит, Москва, 2003. 192c. ISBN 5-9221-0451-9

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://www.actuaries.org.uk/> <https://www.soa.org/member/> <http://cbr.ru/finmarkets/?PrtId=supervision_actuary> <http://www.investopedia.com/dictionary/>

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 января 2015 г.**