**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Стохастические модели в исследовании операций и финансах.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ИССЛЕДОВАНИИ ОПЕРАЦИЙ И ФИНАНСАХ. Стохастические неравенства в теории риска.
2. Преподаватель – профессор Г.И.Фалин
3. Аннотация курса: излагаются основы теории стохастической сравнимости случайных величин и простейшие приложения этой теории для анализа страховых рисков.
4. Тематическое содержание курса

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Частично упорядоченные множества. Предпорядок (квазипорядок), индуцированный частичный порядок. Диаграмма Хассе. Наибольший/наименьший элемент, максимальные/минимальные элементы, верхний/нижний конус. Изотонные отображения, изоморфизм, двойственность. [Биркгоф] 1.1, 1.2, 1.3. |
| Тема 2 | Преобразования рисков: премия стоп-лосс, VaR, опасность отказа, среднее остаточное значение, стационарное распределение времени до восстановления, преобразование Лапласа, производящая функция моментов. [Denuit] 1.7 |
| Тема 3 | Классы функций распределения, важные для стохастических неравенств: IFR/DFR, NBU/NWU, DMRL/IMRL, NBUE/NWUE, *γ-*MRLA/*γ-*MRLB. Примеры и основные свойства. [Stoyan] 1.6, [Denuit], 1.7.2.3, 1.7.3.5, [Барлоу] 2.4, 2.5, 2.6. |
| Тема 4 | Сравнимость рисков. Отношения порядка на множестве функций распределения (предпорядка для случайных величин), основные желаемые свойства. Отношения порядка, генерируемые заданным классом функций. Связь свойств функций из генерирующего семейства со свойствами генерируемого отношения порядка. Функции, монотонные относительно стохастического порядка. [Stoyan] 1.1. |
| Тема 5 | Стохастический порядок  (). Интерпретация в страховании жизни. Его эквивалентность сравнимости почти наверно. Основные свойства. Генерирующий класс функций. - монотонные функции. Критерий пересечения. Сравнимость для основных параметрических семейств распределений. [Stoyan] 1.2, [Denuit] 3.3.9. |
| Тема 6 | Связь порядка  с VaR и премией стоп-лосс. Характеризация распределений типа IFR, DFR, NBU, NWU, NBUE, NWUE в терминах порядка . Стохастическая монотонность, сравнимость рандомизированных распределений и случайных сумм относительно порядка . [Denuit] 1.7.1, 2.3, 3.3.1, 3.3.5, 3.3.6, 3.3.7, 3.3.8. |
| Тема 7 | Возрастающий выпуклый порядок (порядок стоп-лосс ) и выпуклый порядок (). Генерирующие классы функций. - и -монотонные функции. Экстремальное свойство среднего значения. Неравенства для моментов. Выпуклый порядок и порядок стоп-лосс для числа страховых случаев. Характеризация распределений типа IMRL, DMRL в терминах порядка стоп-лосс. [Stoyan] 1.3, [Denuit] 3.4.1, 3.4.2, 3.4.6.1 |
| Тема 8 | Вогнутый порядок  и возрастающий вогнутый порядок . Связь с выпуклыми порядками  и . [Stoyan], 1.4. |
| Тема 9 | Критерий пересечения Карлина-Новикова для выпуклого порядка. Следствия. Сравнимость для основных параметрических семейств распределений. [Stoyan] 1.5, [Denuit] 3.4.4.5, 3.4.4.6. |
| Тема 10 | Характеризация выпуклых порядков в терминах дисперсионной функции. Теорема отделимости. [Denuit] 3.4.4 |
| Тема 11 | Порядок . Интерпретация на языке перестрахования. Основные свойства. Дискретная версия. Сравнимость порядковых статистик. Характеризация распределений типа IFR, DFR, IMRL, DMRL. [Denuit] 3.3.10. |
| Тема 12 | Порядок . Интерпретация на языке перестрахования. Основные свойства. Связь с другими порядками. Дискретная версия. Эквивалентные определения. Сравнимость рандоминизированных распределений. Сравнимость порядковых статистик. [Denuit] 3.3.11. |
| Тема 13 | Порядок . Эквивалентные определения в терминах разброса VaR. Свойства, связанные с . [Denuit] 3.3.12. |
| Тема 14 | Порядок  ( для целочисленных величин). Связь с другими порядками. L-класс распределений. [Stoyan] 1.8. [Denuit] 3.3.13. |
| Тема 15 | Экстремальные элементы относительно основных отношений порядка. [Stoyan] 1.9. |
| Тема 16 | Стохастическая сравнимость рисков, возникающих при перестраховании. [Jeng] |
| Тема 17 | Неравенства для характеристического коэффициента в модели Крамера-Лундберга. Оптимальное перестрахование. [Фалин] |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Частично упорядоченные множества. Предпорядок (квазипорядок), индуцированный частичный порядок.

2. Диаграмма Хассе. Наибольший/наименьший элемент, максимальные/минимальные элементы, верхний/нижний конус.

3. Изотонные отображения, изоморфизм, двойственность.

4. Преобразования рисков: премия стоп-лосс.

5. Преобразования рисков: VaR.

6. Преобразования рисков: опасность отказа.

7. Преобразования рисков: среднее остаточное значение.

8. Преобразования рисков: стационарное распределение времени до восстановления.

9. Преобразования рисков: преобразование Лапласа.

10. Преобразования рисков: производящая функция моментов.

11. Классы функций распределения IFR/DFR.

12. Классы функций распределения NBU/NWU.

13. Классы функций распределения DMRL/IMRL.

14. Классы функций распределения NBUE/NWUE.

15. Классы функций распределения *γ-*MRLA/*γ-*MRLB.

16. Сравнимость рисков. Отношения порядка на множестве функций распределения (предпорядка для случайных величин), основные желаемые свойства.

17. Отношения порядка, генерируемые заданным классом функций. Связь свойств функций из генерирующего семейства со свойствами генерируемого отношения порядка. Функции, монотонные относительно стохастического порядка.

18. Стохастический порядок  (). Интерпретация в страховании жизни. Его эквивалентность сравнимости почти наверно.

19. Основные свойства порядка . Генерирующий класс функций. - монотонные функции. Критерий пересечения. Сравнимость для основных параметрических семейств распределений.

20. Связь порядка  с VaR и премией стоп-лосс.

21. Характеризация распределений типа IFR, DFR, NBU, NWU, NBUE, NWUE в терминах порядка .

22. Стохастическая монотонность, сравнимость рандомизированных распределений и случайных сумм относительно порядка .

23. Возрастающий выпуклый порядок (порядок стоп-лосс ) и выпуклый порядок (). Генерирующие классы функций.

24. - и -монотонные функции. Экстремальное свойство среднего значения. Неравенства для моментов. Выпуклый порядок и порядок стоп-лосс для числа страховых случаев.

25. Характеризация распределений типа IMRL, DMRL в терминах порядка стоп-лосс.

26. Вогнутый порядок  и возрастающий вогнутый порядок . Связь с выпуклыми порядками  и .

27. Критерий пересечения Карлина-Новикова для выпуклого порядка. Следствия. Сравнимость для основных параметрических семейств распределений.

28. Характеризация выпуклых порядков в терминах дисперсионной функции.

29. Теорема отделимости.

30. Порядок . Интерпретация на языке перестрахования. Основные свойства. Дискретная версия.

31. Сравнимость порядковых статистик относительно . Характеризация распределений типа IFR, DFR, IMRL, DMRL.

32. Порядок . Интерпретация на языке перестрахования. Основные свойства. Связь с другими порядками. Дискретная версия.

33. Эквивалентные определения порядка . Сравнимость рандоминизированных распределений. Сравнимость порядковых статистик.

34. Порядок . Эквивалентные определения в терминах разброса VaR. Свойства, связанные с .

35. Порядок  ( для целочисленных величин). Связь с другими порядками. L-класс распределений.

36. Экстремальные элементы относительно основных отношений порядка.

37. Стохастическая сравнимость рисков, возникающих при перестраховании.

38. Неравенства для характеристического коэффициента в модели Крамера-Лундберга.

39. Оптимальное перестрахование в терминах максимизации характеристического коэффициента.

*Экзаменационные билеты (билеты к устному зачету) формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка и одной задачи (В), примеры задач см. далее.*

Примеры задач:

1. Сравнимы ли величины с распределениями  и  относительно порядка ?

2. Сравнимы ли величины с распределениями  и  относительно порядка ? относительно порядка ?

3. Сравните относительно порядка  величины с плотностями  и  ().

4. Докажите. что пуассоновская величина стохастически возрастает (относительно порядка ) при росте ее среднего.

5. При каком значении параметра  плотность  относится к типу IFR?

Образцы билетов.

**Билет 1.**

**1.** Экстремальные элементы относительно основных отношений порядка.

**2.** Стохастический порядок  (). Интерпретация в страховании жизни.

**Задача к билету.** Сравните относительно порядка  величины с плотностями  и  ().

**Билет 2.**

**1.** Возрастающий выпуклый порядок (порядок стоп-лосс ) и выпуклый порядок (). Генерирующие классы функций.

**2.** Классы функций распределения NBUE/NWUE.

**Задача к билету.** Сравнимы ли величины с распределениями  и  относительно порядка ? относительно порядка ?

**Билет 3.**

**1.** Порядок . Эквивалентные определения в терминах разброса VaR.

**2.** Преобразования рисков: премия стоп-лосс.

**Задача к билету.** При каком значении параметра  плотность  относится к типу IFR?

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационнойсети «Интернет»:

Литература основная

1. Dietrich Stoyan. *Comparison Methods for Queues and Other Stochastic Models*. John Wiley & Sons, Ltd. 1983 (Штойян Д. *Качественные свойства и оценки стохастических моделей*. М.: Мир, 1979)

2. M.Denuit, J.Dhaene, M.Goovaerts, R.Kaas. *Actuarial Theory for Dependent Risks: Measures, Orders and Models*. John Wiley & Sons, 2005, ISBN 0-470-01492-X

Литература дополнительная

3. Р.Барлоу, Ф.Прошан. *Математическая теория надёжности*. М.: Изд-во «Советское радио», 1969.

4. Г.Биркгоф. *Теория решёток*. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984.

5. Г.И.Фалин. Неравенства для характеристического коэффициента в модели Крамера-Лундберга. *Страховое дело*, 2018 (в печати)

6. Hou-wen Jeng. Stochastic ordering of reinsurance structures. *Casualty Actuarial Society E-Forum*, Spring 2015 (February 25, 2015).

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://www.actuaries.org.uk/>

<https://www.soa.org/member/>

<http://www.journals.elsevier.com/insurance-mathematics-and-economics/>

<http://journalofriskandinsurance.smeal.psu.edu/>

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 10 от 07 июня 2017 г.**