**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Избранные главы теории случайных процессов.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ. «Введение в теорию случайных полей».
2. Лектор – проф. А.В. Булинский.
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов 4-6 курсов. Цель лекций – ознакомить слушателей с важнейшими классами случайных полей, а также рассмотреть разнообразные приложения излагаемой теории.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Случайные функции (процессы, поля), их распределения. Вероятностные ядра. Теорема Ионеску – Тулчи.  Теорема Ломницкого-Улама. |
| Тема 2 | Модели, основанные на семействах независимых случайных элементов. Пространственные точечные процессы.  Функционал Лапласа. Применение в теории массового обслуживания. |
| Тема 3 | Поля дробового шума. |
| Тема 4 | Гауссовские случайные функции. |
| Тема 5 | Марковские случайные поля. |
| Тема 6 | Гиббсовские случайные поля. |
| Тема 7 | Теорема Аверинцева – Клиффорда – Хаммерсли. |
| Тема 8 | Модель Изинга. Фазовые переходы. |
| Тема 9 | Гауссовские марковские поля. |
| Тема 10 | Гибридные поля. |
| Тема 11 | Применения теории случайных полей к анализу изображений. |
| Тема 12 | Ассоциированные случайные поля и родственные системы. |
| Тема 13 | Центральная предельная теорема Ньюмена и ее обобщения. |
| Тема 14 | Экскурсионные множества случайных полей. |
| Тема 15 | Стационарные и изотропные случайные поля. |
| Тема 16 | Устойчивые и безгранично делимые случайные поля. |
| Тема 17\* | Задачи статистики случайных полей. Некоторые вопросы моделирования случайных полей. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена*

1. Случайные функции (процессы, поля), их распределения. Вероятностные ядра. Теорема Ионеску – Тулчи.
2. Теорема Ломницкого-Улама.
3. Модели, основанные на семействах независимых случайных элементов. Пространственные точечные процессы.

Функционал Лапласа. Применение в теории массового обслуживания.

1. Поля дробового шума.
2. Гауссовские случайные функции.
3. Марковские случайные поля.
4. Энергия. Потенциал. Лемма Мебиуса. Гиббсовские случайные поля.
5. Теорема Аверинцева – Клиффорда – Хаммерсли.
6. Модель Изинга. Фазовые переходы.
7. Гауссовские марковские поля.
8. Байесовские модели. Гибридные поля.
9. Применение теории случайных полей к анализу изображений.
10. Ассоциированные случайные поля. Примеры. Теорема Питта.
11. Отрицательная ассоциированность семейств случайных величин. Примеры. Теорема Йоаг-Дева и Прошана.
12. Дальнейшие обобщения положительной и отрицательной зависимости. Квазиассоциированность гауссовских систем.
13. Центральная предельная теорема Ньюмена.
14. Критерий справедливости центральной предельной теоремы для стационарных ассоциированных случайных полей с несуммируемой ковариационной функцией.
15. Экскурсионные множества случайных полей.
16. Стационарные и изотропные случайные поля. Положительно определенные функции.
17. Устойчивые и безгранично делимые случайные поля.
18. Задачи статистики случайных полей.
19. Некоторые вопросы моделирования случайных полей.

*Экзаменационные билеты формируются в виде двух вопросов из указанного списка и одной задачи.*

Образцы билетов.

**­­Билет №1**

1. Случайные функции (процессы, поля), их распределения. Вероятностные ядра. Теорема Ионеску – Тулчи.
2. Экскурсионные множества случайных полей.

**Задача.** Привести пример марковского случайного поля, которое не является гиббсовским, а также пример гиббсовского случайного поля,

не являющегося марковским.

**Билет №2**

1**.** Теорема Ломницкого-Улама.

1. Применение теории случайных полей к анализу изображений.

**Задача.** Пусть **X={Xj, j∈ Zd}** – стационарное в широком смысле поле с абсолютно суммируемой ковариационной функцией. Положим S(U) = Σj∈U Xj, где U – конечное подмножество **Zd.** Доказать, что для любой последовательности регулярно растущих конечных множеств Un из **Zd** (n∈N) справедливо соотношение var S(Un)/|Un|→σ2 при n→∞. Здесь σ2 = Σj∈Zdcov(Xj,X0), |Un| -- мощность множества Un.

**Билет №3**

1**.** Модели, основанные на семействах независимых случайных элементов. Пространственные точечные процессы.

Функционал Лапласа. Применение в теории массового обслуживания.

1. Ассоциированные случайные поля. Примеры. Теорема Питта.

**Задача.** Для поля дробового шума интенсивности λ и детерминированной функции отклика g найти функцию среднего и ковариационную функцию.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Перечень основной литературы

[1]. Ширяев А.Н. *Вероятность*. В 2-х книгах, 5-е изд., Москва, МЦНМО, 2011.

[2]. Биллингсли П. *Сходимость вероятностных мер*. Москва, Наука, 1977.

[3]. Булинский А.В., Ширяев А.Н. *Теория случайных процессов.* Москва, Физматлит, 2003.

Перечень дополнительной учебной литературы:

[1] А.В.Булинский. А.П.Шашкин. Предельные теоремы для ассоциированных случайных полей и родственных систем. ФИЗМАТЛИТ. 2008.

[2] R.J.Adler, J.E.Taylor. Random Fields and Geometry. Springer, 2007.

[3] F.Baccelli, B.Blaszczyszyn. Stochastic Geometry and Wireless Networks. Volume 1. Theory. INRIA, ENS, 2009.

[4] A.Freno, E.Trentin. Hybrid Random Fields. Springer, 2011.

[5] C.Gaetan, X.Guyon. Spatial Statistics and Modeling. Springer, 2010.

[6] H.Rue, L.Held. Gaussian Markov Random Fields. Theory and Applications. CRC, 2005.

[7] E.Spodarev (Ed.). Stochastic Geometry, Spatial Statistics and Random Fields. Asymptotic Methods. LNM, v. 2068, Springer, 2013.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html