ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТЕЙ МОДЕЛИ CAPM

Г.И.Симонова, В.Н.Тутубалин, Ю.Н.Тюрин, Е.Г.Угер

1. Введение.

В данной работе речь идет о критическом анализе одной из наиболее известных моделей финансовой эконометрики – так называемой модели CAPM (Capital Asset Pricing Model – модель оценки финансовых активов). Под эконометрикой вообще понимается применение вероятностно-статистических методов к исследованию экономических данных. В очень давние времена в Советском Союзе эта область числилась под запретом, затем запрет смягчился и некоторые эконометрические работы стали появляться, но развитие этой области было недостаточно. Однако широко развивались многие другие области научных и технических приложений теории вероятностей и математической статистики.

В настоящее время в России происходит следующее. Не имея достаточного опыта в области эконометрики, мы копируем ранее разработанные на Западе научные приемы и в особенности учебники высшей школы (это относится не только к переводным учебникам, но и к тем, которые создаются российскими авторами по неизбежно западным образцам). Между тем, критический анализ эконометрических подходов, который с успехом может быть выполнен на основе имеющегося у нас опыта приложений в других областях, нередко показывает, что эти подходы попросту научно несостоятельны и практически бесполезны. Каждому, кто сталкивается с применениями и/или с преподаванием эконометрики не мешает знать, что на Западе в особенности плохо обстоит дело в части сопоставления тех или иных теорий с фактическими данными. Политическая корректность не позволяет назвать негра негром, женщину – женщиной и несостоятельную научную теорию – несостоятельной. Оценка научной правильности (в смысле соответствия реальным фактам), а тем более – практической эффективности тех или иных подходов должна делаться нами самостоятельно. Казалось бы, тот факт, что та или иная модель давно и широко обсуждается в литературе и нашла место в учебниках, является доказательством того, что она не бессмысленна. Это и в самом деле верно, если речь идет о физике и многих других науках. Однако сложившийся уровень научных требований в эконометрике таков, что это не обязательно.

Исторически сложилось так, что эконометрические методы часто (чаще, чем следовало бы) основываются на корреляционном и регрессионном анализе. Например, в финансовой эконометрике еще не забыта (и переходит из учебника в учебник) теория «эффективного портфеля» Марковица (возникла в 50-х годах XX века). Напомним суть этой теории.

Речь идет о том, чтобы из многих торгуемых на финансовом рынке активов составить (путем разделения имеющегося начального капитала между разными активами) некий по возможности более выгодный портфель. Простейшая схема спекуляции следующая.

В начальный момент t=0 (пусть для наглядности это начало года) происходит формирование портфеля, а в конечный момент t = T (пусть это конец года) этот портфель продается. Пусть цена i-го актива в начальный момент есть $S_0(i)$, а в конечный момент $S_T(i)$. По определению, величина

$$r_i = (S_T(i) - S_o(i))/S_0(i), \quad i = 1, 2, \dots , n, \qquad (1)$$

называется *возвратом i-го актива* (это относительная прибыль спекулянта, купившего актив по цене начала года и продавшего его по цене конца года; конечно, возврат может быть и отрицательным, если спекулянт неудачно выбрал актив). Основная цель каждого спекулянта состоит в том, чтобы возврат был побольше. Но средство для достижения этой цели у него, в сущности, одно: как-то разделить имеющийся начальный капитал (равный, допустим 1) на части x_1, x_2, … , x_n, (пусть выполняются условия $x_1+ x_2+ \dots +x_n = 1$ и x_i неотрицательны) и составить в начальный момент портфель $P_0 = \Sigma g_i S_0(i)$, где $g_i = x_i/S_0(i)$ – количество i-го актива в портфеле. В конечный момент t=T такой портфель будет стоить P_T

$= \Sigma g_i S_T(i) = \Sigma g_i S_0(i)(1 + r_i)$. Таким образом (с учетом того, что $P_0 = 1$) получается, что возврат портфеля выражается формулой

$$P_T - P_0 = \Sigma g_i S_0(i) r_i = \Sigma x_i r_i . \qquad (2)$$

Иными словами, возврат портфеля является линейной комбинацией возвратов отдельных активов.

Суть подхода Марковица состоит в том, что возвраты отдельных активов считаются случайными величинами. Вопрос о статистической однородности совокупности возвратов за разные периоды (для одного и того же актива) у Марковица (и вообще в эконометрике) вовсе и не обсуждается: здесь господствует наивный пробабилизм типа «что не детерминировано, то уж непременно случайно». Эконометрика в целом не усвоила мизесовского требования устойчивости частот. В частности, считается, что существуют и известны средние значения Er_i, дисперсии Dr_i и ковариации $cov(r_i, r_j)$ возвратов всех активов. После этого спекулянту может быть дана следующая рекомендация.

Если желательно получить определенное математическое ожидание возврата (не превосходящее, конечно, максимального по всем активам математического ожидания), то это выразится в линейном условии на состав портфеля (т.е. на величины x_i). Но при этом следует позаботиться о том, чтобы при выполнении этого условия дисперсия возврата была минимальной из всех возможных. Таким образом, предлагается искать состав портфеля путем минимизации квадратичной формы при линейных ограничениях типа равенств и неравенств. Этим и занимается Марковиц, решая данную математическую задачу с большой детальностью.

Конечно, при попытке практического применения весь подход разваливается. Исходные математические ожидания, дисперсии и ковариации возвратов должны определяться по прошлым статистическим данным. Во-первых, если в основу положить период T порядка года, то прошлых (сколько-нибудь статистически однородных) данных окажется совсем немного: ведь макроэкономическая ситуация все время меняется. Наиболее неустойчивыми оказываются оценки средних значений: именно они представляют для спекулянта основной интерес, а полагаться на них совершенно нельзя -- их оценки могут даже незначимо отличаться от нуля. Оценки дисперсий и корреляций бывают более устойчивыми, но нет сомнений в том, что такие корреляции являются «ложными» -- ложными в том смысле, что их значения создаются не статистическими связями между отдельными активами, а трендами (или циклами) рынка в целом, при которых курсы всех акций примерно одновременно растут или падают. Лет через десять после появления теории Марковица американские экономисты, наконец, сообразили, что от ложности корреляций уйти некуда и предложили модель, которая напрямую связывает возвраты отдельных активов с общерыночными колебаниями. Это и есть CAPM, к формулировке и анализу которой мы и переходим.

В этой модели вводятся еще два понятия. Первое – это безрисковый (risk-free) возврат r_f, который представляет собой, грубо говоря, процент, который можно получить по банковскому вкладу (нет смысла уточнять, по какому именно: на определенный срок, до востребования, в каком именно банке и т.д.). Второе – средний рыночный возврат r_m, под которым понимается возврат какого-либо рыночного индекса (для Соединенных Штатов обычно берется индекс S&P500). Модель выглядит следующим образом:

$$r_i - r_f = \beta_i (r_m - r_f) + e_i, \qquad (3)$$

где β_i – некоторый постоянный для данного i-го актива коэффициент («бета актива»), e_i – случайная добавка. В данной модели именно эти добавки считаются одинаково распределенными (для различных периодов времени определенной продолжительности T) случайными величинами. При попытке написать какие-то доверительные интервалы обычно накладываются условия независимости, нормальности и нулевого математического ожидания случайных добавок.

Экономический смысл формулы (3) состоит в том, что разность $r_i - r_f$ трактуется как «плата за риск» при покупке i-го актива. Эта плата (в среднем) в β_i раз больше, чем среднерыночная плата за риск, равная $r_m - r_f$. Какого-либо безусловного обещания хорошего возврата для спекулянта модель CAPM не дает: обещание может быть только условным, например, следующим: «если в течение будущего года среднерыночная плата за риск составит 5%, то математическое ожидание возврата актива, бета которого равна двум, будет равно 10% плюс безрисковый возврат». При этом замечается, что обычно большие значения «бета актива» связаны и с большой изменчивостью (волатильностью: см. ниже) цен данного актива, т.е. в конечном счете с большей вероятностью получить убыток при покупке именно этого актива. Речь о корреляциях случайных добавок для разных активов (т.е. о каком-то варианте эффективного портфеля) в CAPM не идет.

Приняв модель (3), мы действуем далее в соответствии с классическим регрессионным анализом: оцениваем коэффициент β_i для каждого актива по данным о прошлых возвратах за какое-то количество периодов времени. Впрочем, некоторые учебники ошибочно рекомендуют брать в качестве оценки β_i величину $\mathrm{cov}(r_i, r_m)/Dr_m$.(Конечно, имеется в виду, что ковариация и дисперсия заменяются их выборочными аналогами.) Эта рекомендация ошибочна по следующим причинам. Во-первых, классический регрессионный анализ в случае модели без свободного члена, т.е. вида

$$Y = \beta X + E \text{ (E обозначает ошибку)}, \qquad (4)$$

рекомендует несколько иную оценку, а именно

$$(\Sigma x_i y_i)/ (\Sigma x_i^2), \qquad (5)$$

которая более эффективна, чем критикуемая рекомендация. (По той простой причине, что (Σx_i^2) всегда больше, чем выборочная дисперсия x_i, причем – особенно в эконометрике – разница может быть значительной.) Во- вторых, рекомендуемая оценка вообще верна лишь в том предположении, что в наблюдениях за все периоды безрисковый возврат r_f остается постоянным. (В противном случае надо брать ковариации не самих возвратов, а их разностей с безрисковым возвратом.) В дальнейшем мы использовали оценку (5) (а также ее знаковый аналог).

С точки зрения того опыта, который у нас имеется в области применений регрессионного анализа, совершенно ясно, что требуется экспериментальная проверка эффективности любой модели, в частности и CAPM. В сложившемся эконометрическом подходе плохо еще и то, что такие проверки направляются на свойства остаточного члена в уравнениях модели (который изображает случайную ошибку). Возникают различные альтернативные гипотезы типа гетероскедастичности и/или зависимости остатков, которые определенным образом тестируются. Эконометрист видит окончательное счастье в том, чтобы модель прошла определенный набор тестов. Но следовало бы знать, что из истории обработки наблюдений в физическом и техническом эксперименте однозначно следует, что вероятностные предположения о модели остатков никогда не бывают выполнены. (Это, конечно, значит, что и те доверительные интервалы для параметров, которые принято вычислять, не заслуживают особого доверия.) Спасти доверительные интервалы все равно нельзя, и проверка должна быть направлена не на то, чтобы выяснить адекватную вероятностную модель остатков, а на то, надежны ли те или иные практические рекомендации, которые вытекают из предлагаемых обработок фактических данных. И вот, в отношении практических рекомендаций учебники эконометрики (в том числе и финансовой) хранят истинно партизанское молчание – настолько, что создается впечатление, что приложения для этой науки вовсе неинтересны.

В случае модели CAPM применения мыслятся как довольно слабые: ведь все связывается с неизвестным будущим поведением среднерыночного возврата. Но все-таки и это представляет определенный если не практический, то научный интерес: хотя бы сама законность понятия «беты актива». Следовательно, необходимо проверить, во-первых, действительно ли в разные периоды времени можно для фиксированного актива говорить о примерно постоянном значении «бета». Во-вторых, следует оценить эффективность того условного (при условии, что будущее поведение рыночного индекса известно) предсказания будущих возвратов актива, которое вытекает из модели. Наконец, не мешает проверить и утверждение о связи больших значений бета с более высокой изменчивостью рыночных цен актива.

Изменчивость цен актива характеризуется параметром, который называется *волатильностью*. Вероятностное определение волатильности заключается в следующем. Предполагается, что динамика рыночных цен актива S_t обладает тем свойством, что математическое ожидание квадрата логарифмического приращения цены за время h примерно пропорционально h. Иными словами, постулируется соотношение

$$E(\ln S_{t+h} - \ln S_t)^2 = \sigma^2 h. \qquad (6)$$

(Конечно, имеется в виду, что значение приращения времени h не слишком малое и не слишком большое: ориентировочно в пределах от десятков минут до десятков дней.) Параметр σ в соотношении (6) и называется волатильностью. Теоретически он считается постоянным для фиксированного актива. На самом деле он несколько колеблется, но все-таки является достаточно серьезным параметром. Различные активы (например, акции различных компаний) могут иметь различающиеся (в два и более раз) волатильности, при этом (как правило) если волатильность одного актива значительно больше волатильности другого при оценке по одному интервалу времени, то это различие сохраняется и для других интервалов времени. (Понятно, что волатильность оценивается как среднее значение квадрата логарифмического приращения цены при каком-то фиксированном небольшом значении h, например, h=1 день. Но установилась неудачная традиция, согласно которой эта оценка пересчитывается на значение h=1 год, в то время как для таких больших интервалов времени динамика рыночных цен вообще не может рассматриваться как чисто случайная, т.е. неясен смысл математического ожидания в левой части соотношения (6).) Поскольку понятие волатильности, несомненно, имеет довольно точный смысл, вполне желательно его сопоставление с другими параметрами, в частности, с «бета актива».

2. Описание фактического материала и способов его сопоставления с CAPM.

Мы использовали базу данных, которая представляет собой ежедневные цены закрытия торгов для акций ряда американских компаний за период с начала 1989 года по февраль 1997 года, т.е. несколько более 8 лет. (В данной работе использованы данные с 1989 по 1996 год, т.е. в точности за 8 лет.) Если с акциями данной компании производился сплит, то использовались цены, поправленные на сплит. Всего в этой базе представлено 215 компаний, однако данные за весь период 1989-1996 годов имеются лишь для 162 компаний, которые и включены нами в обработку. Сама выборка из 215 компаний является несколько смещенной: в нее вошли лишь те компании, которые (в силу каких-то экспертных оценок) рассматривались в начале 1997 года как наиболее перспективные для спекуляций. Для экспериментальной проверки модели прежде всего следует выбрать период T, в течение которого планируется спекуляция. Мы выбрали T=50 (рабочих) дней. Такой период позволяет создать разумно большое число наблюдений для оценки параметра бета (если брать все наблюдения за 8 лет, то получается 38 непересекающихся временных интервалов по 50 рабочих дней). Выбор периода меньшей длины позволил бы увеличить количество наблюдений, но, с другой стороны, понятно, что при уменьшении длины интервала слабеет связь между поведением рыночного индекса и актива. Таким образом, мы занимались вопросом о применимости CAPM к планированию среднесрочных спекуляций. Понятно, что наши данные, охватывающие лишь 8 лет, не позволяют исследовать долгосрочные спекуляции (например, при T=1 год). Впрочем, приложимость вероятностных моделей к динамике рыночных цен за большое время априори вряд ли может быть лучшей, чем в случае меньших промежутков времени.

В отношении рыночного индекса мы располагаем базой данных по индексу S&P500, которая содержит, по-видимому, все публикуемые данные по этому индексу (данные идут во времени с интервалом, много меньшим, чем 1 сек, так что на каждую секунду может приходиться несколько значений индекса; понятно, конечно, что такие значения очень мало отличаются друг от друга). Весь файл данных имеет порядка трех миллионов строк, но мы использовали на каждый рабочий день самое последнее значение индекса. (Поскольку мы работали с ценами закрытия.)

Что касается банковского процента r_f, то здесь нет полной определенности. Можно было бы использовать дисконтную ставку Федеральной резервной системы, но она содержит некий элемент внерыночного произвола. Мы предпочли использовать доходность кратковременных государственных обязательств – годовой возврат для инвестора, который покупает 30-дневные казначейские билеты в течение всего года (данные взяты из книги [2]). Если 50-дневный интервал, на котором мы имитировали спекуляцию, захватывал начало года (т.е. значения r_f не совпадали для начала и конца интервала), мы брали значение, отвечающее концу интервала.

В основном, мы рассматривали следующие вопросы.

1. *Устойчивость оценок бета по различным промежуткам времени.*

С целью исследования устойчивости такого рода файл данных делился на две равные части: первая половина за годы 1989 – 1992, вторая половина – за годы 1993 – 1996. Для каждой половины данных создавалось 19 непересекающихся промежутков продолжительностью по 50 дней (т.е. первый промежуток от 1-го до 51-го дня, второй промежуток от 52-го до 102-го дня и т.д.). По 19 значениям возвратов на этих промежутках определялось значение «бета» для данной компании. Сопоставлялись данные, полученные за первые четыре года и за следующие четыре года. Теоретически оцененные значения должны быть разумно близкими. Для оценки коэффициента регрессии использовался как обычный метод наименьших квадратов, так и знаковый метод оценки, описанный в [3]. Предполагалось, что знаковый метод, как мало чувствительный к грубым выбросам в данных, быть может, даст более устойчивые результаты.

2. *Объяснительные возможности модели CAPM.*

Под этим понимается следующее. Для каждой компании оценим «бета» по данным за первые 7 лет. Полученные значения применим для «объяснения» возвратов по 50-дневным промежуткам за последний, восьмой год. Под «объяснением» имеется в виду такая процедура. Считаем, что за восьмой год известны как значения индекса S&P500 (и тем самым его возвраты за любые промежутки времени), так и безрисковый возврат (при принятой нами трактовке это одно число за весь год, равное для 50-дневного промежутка 1/5 от годового возврата по казначейским билетам, поскольку в году около 250 рабочих дней). Воспользуемся формулой

$$R_i^* -- r_f = \beta_i(r_m -- r_f),$$

в которой коэффициент β_i обозначает оценку «бета» для данной компании, полученную по данным за 7 лет, а R_i^* -- так сказать, «теоретический» возврат акций данной компании за 50-дневный промежуток. (В данном случае для оценки «бета» использовался лишь классический метод наименьших квадратов, поскольку, как видно из дальнейшего, знаковый метод в данном случае оказался неэффективным.) Далее «теоретический» возврат сопоставлялся с фактически наблюдаемым.

3. *Связь между оценкой «бета» и волатильностью акций данной компании.*

Существует мнение, что более высокие значения «бета» связаны и с большей волатильностью акций. Это статистическая связь, которая должна проявляться на выборке многих различных компаний. Здесь мы вновь использовали значения «бета», определенные по 7 годам на основании 50-дневных возвратов. Что же касается волатильности, то следует несколько уточнить это понятие и способы оценки этого параметра.

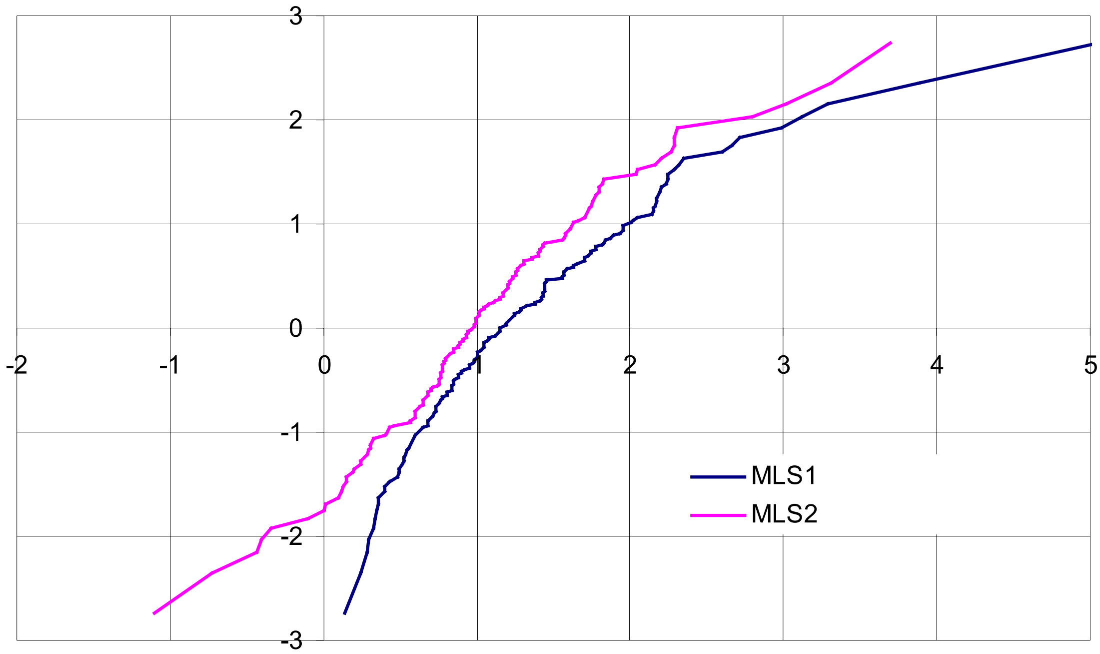
Как уже говорилось, наиболее правильным определением волатильности мы считаем равенство (6), в которое входит квадрат волатильности σ^2. Если обратиться к простейшей модели динамики цен акций, то она заключается в том, что $\ln S_t$ представляет собой броуновское движение со сносом. Для физического броуновского движения коэффициент диффузии σ^2 пропорционален (как известно) первой степени абсолютной температуры. Чтобы не говорить два слова вместо одного, предлагается в финансовых моделях называть квадрат волатильности *температурой.* Но волатильность (или температура), определяемые равенством (6), являются размерными величинами: например, размерность $[\sigma^2]$ имеет, очевидно, вид $[t]^{-1}$, т.е. обратной размерности времени. Это может вести к недоразумениям, и потому более удобно говорить о безразмерной величине $\sigma^2 h$, включая, однако в словесное выражение указание на величину промежутка h. Например, при h = 1 день можно говорить о «дневной температуре», а при h = 1 год – о «годовой температуре». Температура оказывается прямо пропорциональной длине промежутка времени, а следовательно, безразмерная волатильность пропорциональна квадратному корню из отношения промежутков времени (т.е. годовая волатильность в $\sqrt{250} = 16$ раз больше, чем дневная).

Однако все это в точности верно лишь в том случае, когда линейная зависимость от h, постулированная равенством (6), выполняется точно, а сама волатильность (температура) не зависит от времени t. Если же эти свойства выполнены лишь приближенно, то сравнение волатильности различных компаний удобно производить, изучая накопленные суммы квадратов логарифмических приращений $(\ln S_{t+h} - \ln S_t)^2$ по переменной t (допустим для простоты, что эта переменная также меняется с шагом h от начального значения t=0 до какого-то верхнего предела T-h). Такие накопленные суммы назовем «накопленными температурами» за время от 0 до T. В грубом приближении графики таких сумм (в зависимости от T) похожи на прямые линии (при постоянной волатильности и обычных предположениях нечто близкое к прямой должно получаться в силу закона больших чисел). По перемене наклона такого графика можно в известном приближении следить за изменениями волатильности акций данной компании. Если же надо сравнить волатильности различных компаний за фиксированное время, то разумно сравнивать накопленные температуры за весь этот срок.

Мы сопоставляли накопленные температуры за срок 7 лет (при шаге h=1 день) с оценками «бета» разных компаний по данным за тот же срок (50-дневные возвраты). Отчасти мы проверяли также независимость величины накопленной суммы от шага h, которая вытекает из предположения независимости приращений логарифма цены на непересекающихся интервалах времени.

3. Результаты расчетов

Таблицы расчетов для 162 компаний, понятно, совершенно необозримы, и для представления результатов в обозримом виде мы пользуемся графиками эмпирических функций распределения. (Оговоримся, что мы применяем нормальный масштаб, чтобы лучше были видны хвосты распределений и несколько упрощаем графики, изображая лишь середины ступенек эмпирических функций, соединенные отрезками прямых линий.) Начнем с рис. 1, на котором показаны 4 эмпирических функции различных оценок «бета».



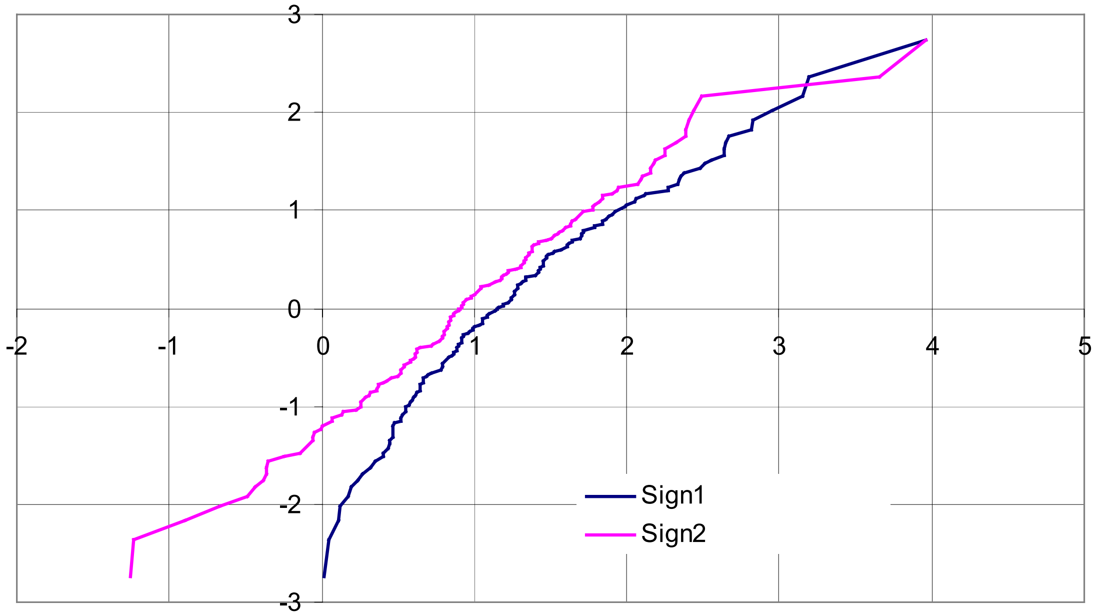


Рис.1 Эмпирические функции распределения для различных оценок бета.(162 набл.)

Символ MLS1 означает оценку методом наименьших квадратов по первой половине наблюдений, символ MLS2 то же самое по второй половине наблюдений, а символы Sign1 и Sign2 то же самое для знакового метода. Рис. 1 показывает, что типичные значения оценок лежат примерно в интервале от ½ до 2, причем для второй половины наблюдений оценки несколько сдвинулись влево. Оба метода (наименьших квадратов и знаковый) дают примерно совпадающие в статистическом смысле результаты. Однако индивидуальные результаты оценок этими методами могут сильно расходиться: просмотр таблиц показывает, что для многих компаний оценка, полученная одним методом, мало похожа на оценку, полученную другим методом. Однако определенное статистическое согласие имеется, что видно на диаграмме разброса оценок за один и тот же период времени, но полученных разными методами (диаграмма здесь не приводится, поскольку этот вывод говорит лишь о том, что в оценках величин «бета» разными методами, но по одному и тому же фактическому материалу, соблюдается определенное требование здравого смысла).

На рис. 2 представлены эмпирические функции разностей оценок по двум периодам времени (т.е. для каждой компании берется разность двух значений «бета», получаемых по первой и второй половине наблюдений).

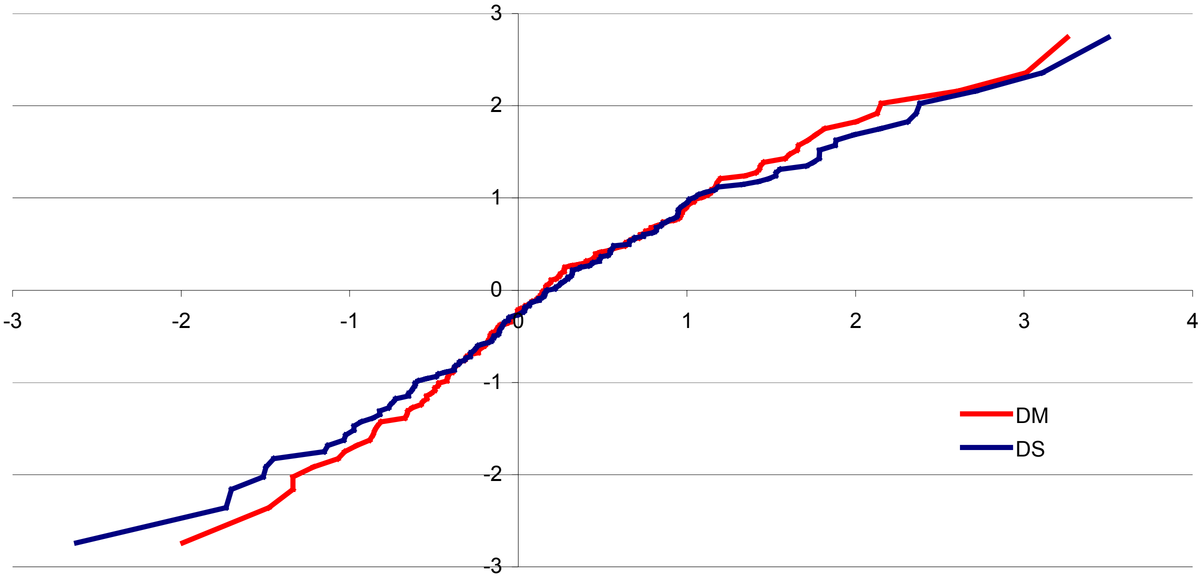


Рис. 2. Эмпирические функции разностей между оценками бета по двум периодам времени (DM- для метода наименьших квадратов, DS для знакового метода)

Теоретическое ожидание, состоящее в том, что знаковый метод даст более устойчивые (во времени) оценки, в данном случае не подтвердилось: практически одинаковы две эмпирические функции для того и другого метода оценки. Типичные значения разности оценок лежат примерно в интервале от (-1/2) до 1. Если вспомнить, что значения самих оценок лежат в интервале от 1/2 до 2, то становится ясным, что говорить об устойчивости оценок нельзя (разность двух оценок имеет тот же порядок величины, что и сами оценки). Иными словами, значение «беты актива» настолько не постоянно во времени для фиксированного актива, что само понятие имеет мало смысла. Пробный расчет показал, что положение не улучшается, если некоторым искусственным образом увеличить число наблюдений. Именно. можно брать возвраты не за непересекающиеся промежутки времени, а использовать скользящий интервал длины 50 дней (иными словами, взять данные за все промежутки вида : от 1-го до 51-го дня; от 2-го до 52 –го дня и т.д.). Формально доверительные интервалы для истинных значений «бета» при этом резко сужаются за счет возрастания числа наблюдений, но такой «формализм» теоретически несостоятелен, поскольку становятся явно зависимыми ошибки отдельных экспериментов. Эта несостоятельность обнаруживается и в том, что результаты расчетов за различные периоды времени не становятся более близкими. Таким образом, ответ на первый вопрос об устойчивости оценок определенно отрицательный.

Что касается объяснительных возможностей модели CAPM, то результат в графической форме представлен на рис.3.

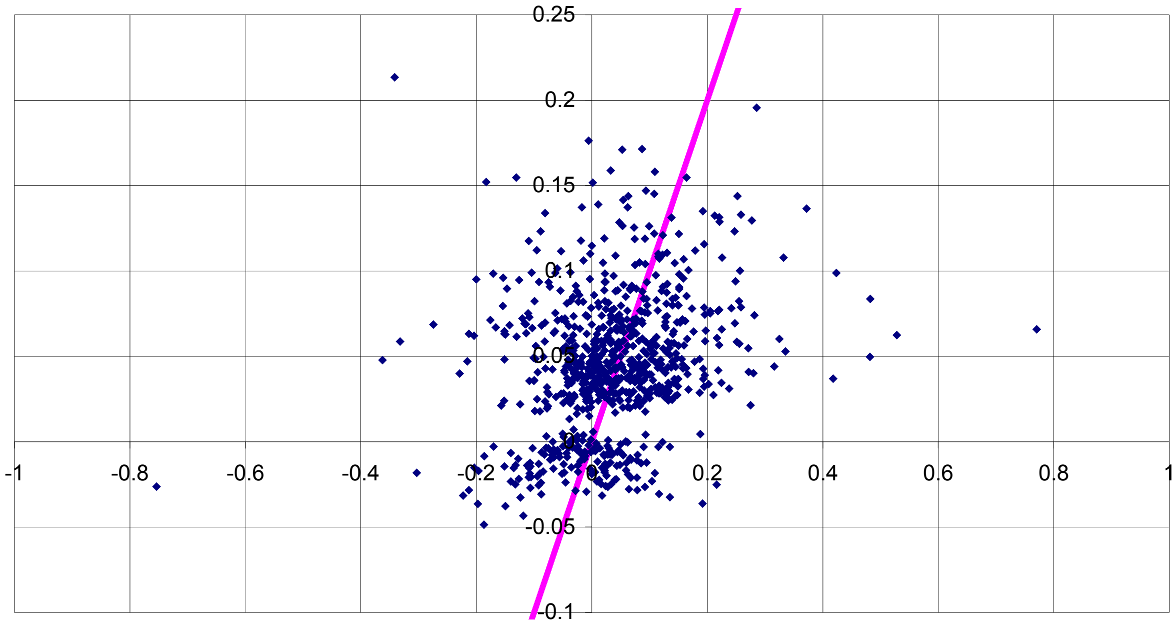


Рис.3 Возврат за 50 дней в 1996 г. и его оценка с помощью CAPM (прямая изображает точное совпадение наблюдений и теории)

Это диаграмма разброса, в которой по оси абсцисс отложены фактические значения возвратов, а по оси ординат – их теоретические оценки, описанные выше (т.е. исходящие из известных возвратов рыночного индекса и безрисковых вкладов). Прямая линия изображает точное совпадение фактов с теорией. Без комментариев ясно, что согласие плохое. К этому выводу прибавим еще несколько чисел.

Оценка «бета», как предполагается. должна ориентировать спекулянта в вопросе о том, какой из активов лучше купить с целью спекуляции (в данном случае среднесрочной, в течение 50 дней). Характеризует ли эта оценка хоть в какой-то мере индивидуальные свойства отдельных компаний? Для ответа на этот вопрос был проделан следующий эксперимент. Вместо оценки «бета» для каждого отдельного актива было взято среднее значение всех оценок за 7 лет (1989 – 1995), которое равно 1.287. Было сделано «объяснение» возвратов за 1996 год такое же, как и было описано, но с той разницей, что вместо индивидуального для каждой компании значения «бета» было взято среднее значение 1.287. (Мы выбросили одно явно не типичное наблюдение, когда возврат за 50 дней оказался равным 364%: это компания DNA за время с 14 марта по 30 мая 1996 года). Среднеквадратичная ошибка объяснения с индивидуальными «бета» оказалась равной 0.1097, а со средним «бета» (одним и тем же для всех компаний) даже чуть меньше: 0.1095. Впрочем коэффициент корреляции между «фактом» и «теорией» оказался чуть больше с индивидуальными «бета», а именно 0.193 (со средним «бета» получилось 0.170). Однако оба коэффициента малы. Иными словами, оценка «беты актива» ничего не дает для индивидуальной характеристики будущих возвратов той или иной компании.

Наконец, третий вопрос о связи между величинами волатильности и «бета». Сначала об оценке волатильности по накопленной температуре.

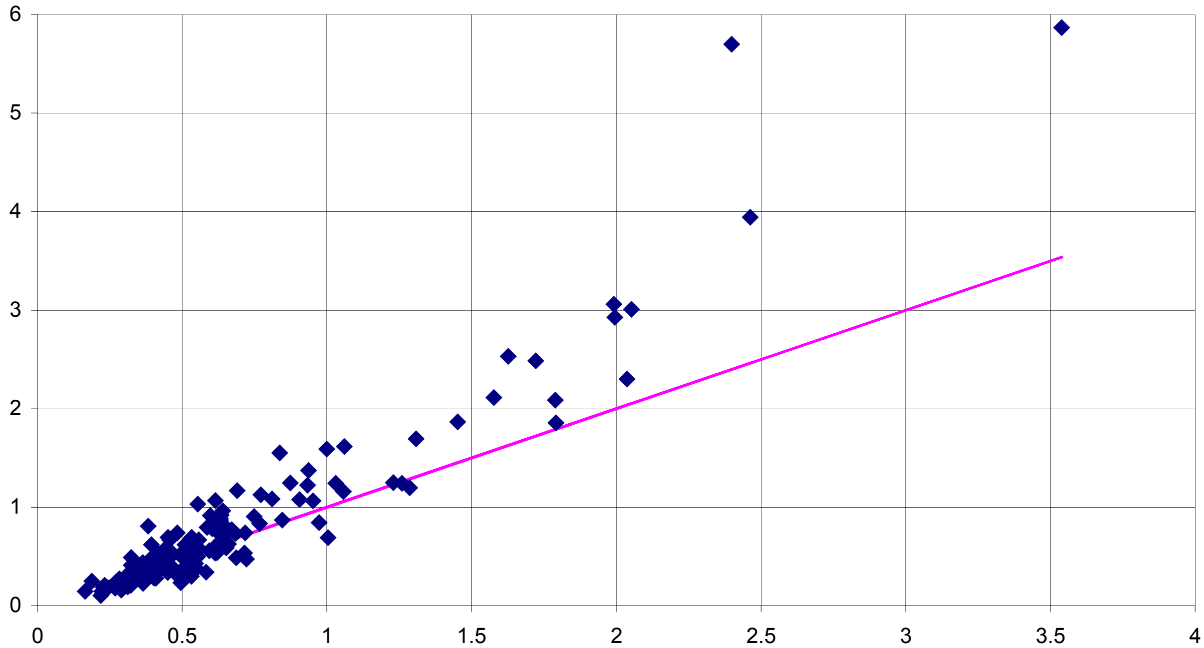


Рис.4. Накопленная температура за 7 лет с шагом 1 день и 50 дней.

На рис. 4 показана диаграмма разброса накопленных температур с шагом 1 и 50 дней. Прямая изображает их совпадение (ожидаемое теоретически). Ясно, что полного согласия с теорией нет: при шаге 50 дней получается несколько большая накопленная температура. Но все-таки между ними немало общего: достаточно провести вместо прямой y=x прямую y=1.5x, и согласие станет достаточно хорошим. Иными словами, корреляция между накопленными температурами с разным шагом во времени весьма заметна.

На рис. 5 показано соответствие между накопленной температурой (шаг 1 день) и «бетой актива» (то и другое по данным за 7 лет).

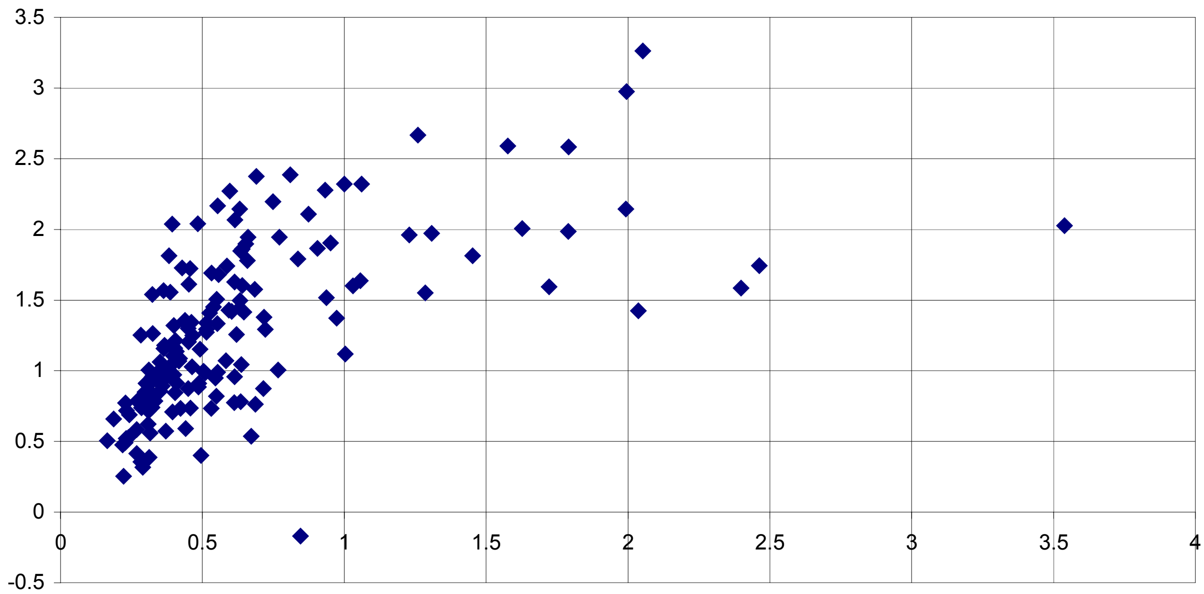


Рис. 5. Связь между бетой и накопленной температурой.

Очевидно, связь есть, хотя и нелинейная. Коэффициент корреляции равен 0.593; понятно, что это значение занижает силу существующей нелинейной связи. Таким образом, в этом случае подтверждается существующее мнение (о наличии связи между «бетой» и волатильностью), в то время как на два предыдущие вопроса ответ отрицательный.

4. Выводы.

Наши выводы явным образом перекликаются с теми выводами, к которым приводит чтение книги [1]. Из этой книги мы узнаем, например, что Президент Соединенных Штатов обещает путем затраты нескольких миллиардов долларов и ежегодных экзаменов научить американских школьников читать к окончанию восьмого класса. При этом про обучение письму не говорится ничего, так что остается неизвестным, научатся или нет они писать.

При сопоставлении эконометрических подходов с тем опытом применений статистических методов, который имеется в России, выявляется похожая картина. Как нужно оценивать линейную регрессию, если известно, что свободный член равен нулю? Как нужно оценивать научную и практическую значимость той или иной статистической модели, если опыт любых физических и технических приложений однозначно показывает, что ошибки не следуют тем простейшим предположениям, которые формулируются в теоретической науке: не следуют не потому, что неправильно выбрана вероятностная модель, а главным образом, потому, что эти ошибки вовсе не обладают достаточно устойчивыми вероятностными свойствами?

Становится понятным, что без критической проверки на фактическом материале тех или иных экономико-математических методов, предлагаемых в зарубежной науке, является неуместной их пропаганда в России.

Литература

1. Образование, которое мы можем потерять. // Сборник статей. Ред. В.А.Садовничий. М., МГУ, 2002.
2. Bodie Z., Merton R.C. Finance. Prentice-Hall, New Jersey, 2000. XXX+479 pp.
3. Болдин М.В., Симонова Г.И., Тюрин Ю.Н. Знаковый статистический анализ линейных моделей. М., Наука: Физматгиз, 1997. 285 стр.