**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Избранные главы математической статистики.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ. «Методы непараметрической статистики»
2. Преподаватель – проф. В.Г. Спокойный
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов курс посвящен современной теории непараметрической статистики. Изучаются общая теория и методы непараметрической статистики, основанные на расширении метода максимума правдоподобия на непараметрический случай, обобщение классических теорем Фишера, Вилкса, Бернштейна – фон Мизеса.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Метод максимума правдоподобия |
| Тема 2 | Линейная аппроксимация логарифма функции правдоподобия |
| Тема 3 | Теорема Фишера и Теорема Вилкса |
| Тема 4 | Метод проекций в непараметрической статистике |
| Тема 5 | Риск оценивания, уравнение баланса |
| Тема 6 | Метод пенализации в непараметрическом оценивании |
| Тема 7 | Байесовское оценивание. Теорема Бернштейна – фон Мизеса |
| Тема 8 | Семипараметрическое оценивание. |
| Тема 9 | Обобщенные линейные модели и обобщенная регрессия |
| Тема 10 | Выборка из независимых одинаково распределенных наблюдений |
| Тема 11 | Оценивание лог-плотности |
| Тема 12 | Нелинейные модели регрессии |
| Тема 13 | Байесовское оценивание с гауссовскими априорными распределениями и квадратичная пенализация |
| Тема 14 | Регрессия со случайным планом |
| Тема 15 | Модели с инструментальными переменными |
| Тема 16 | Регрессия с ошибками в регрессорах |
| Тема 17 | Модели снижения размерности |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к зачету)*

1. Метод максимума правдоподобия для линейных моделей. Разложения для функции правдоподобия и оценки максимума правдоподобия (ОМП).
2. Обобщенные линейные модели (ОЛМ) и ОМП. Максимум правдоподобия для ОЛМ.
3. Локальная аппроксимация градиента общей функции правдоподобия. Ошибочный член аппроксимации для стохастической компоненты и для математического ожидания функции правдоподобия.
4. Концентрация и оценка больших уклонений для ОМП. Условие линейного роста для математического ожидания функции правдоподобия.
5. Разложение Фишера для ОМП. Ошибка аппроксимации, критическая размерность.
6. Разложение Вилкса для функции правдоподобия. Неасимптотические доверительные множества.
7. Мисспецификация модели: типы мисспецификации, следствия для доверительной вероятности.
8. Метод проекций, примеры. Риск оценивания и уравнение баланса. Точность оценивания на классах гладкости. Минимальная гладкость функционального параметра.
9. Методы пенализации и пенализированная ОМП. Теоремы Фишера и Вилкса, смещение и риск оценивания в методе пенализации.
10. Байесовское оценивание. Локальная концентрация апостериорного распределения, Теорема Бернштейна – фон Мизеса. Применение к Байесовским доверительным множествам.
11. Задачa семипараметрического оценивания. Примеры. Разложение Фишера и Теорема Вилкса для целевого параметра. Ошибка разложения. Метод проекций и метод пенализации для мешающего параметра.
12. Обобщенные линейные модели. Примеры. Выпуклость и условие линейного роста. Теорема о больших уклонениях и локальная концентрация ОМП. Разложение Фишера и Вилкса.
13. Модели с независимыми одинаково распределенными наблюдениями. Условия регулярности распределений. Ошибка локальной аппроксимации для градиента логарифма функции правдоподобия, точность оценивания, критическая размерность. Доверительные множества и мисспецификация модели.
14. Модель лог-плотности. Примеры применений. Достаточные условия для локальной концентрации, локальные разложения и свойства оценок ОМП.
15. Модели нелинейной регрессии. Примеры: структурная регрессия. Условия на функцию регрессии. Разложения Фишера и Вилкса, смещение и точность оценивания на классах гладкости.
16. Непараметрическое Байесовское оценивание и методы пенализации в моделях регрессии
17. Регрессия со случайным планом. Разложения Фишера и Вилкса, смещение и точность оценивания.
18. Структурные модели и инструментальные переменные. Оценивание и проверка гипотез методом максимума правдоподобия. Разложения Фишера и Вилкса, точность оценивания.
19. Регрессия с ошибками в регрессорах. Метод пенализации для гладкого плана. Непараметрические модели. Условия гладкости плана и точность оценивания.
20. Модели сингл-индекса и мульти-индекса. Оценивание индекса как задача семипараметрического оценивания. Разложения Фишера и Вилкса для метода проекций и пенализации, смещение и точность оценивания.

*Экзаменационные билеты (билеты к устному зачету) формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка и одной задачи (В), примеры задач см. далее.*

Образцы билетов.

Билет №1.

А. Обобщенные линейные модели (ОЛМ) и ОМП. Максимум правдоподобия для ОЛМ.

Б. Регрессия со случайным планом. Разложения Фишера и Вилкса, смещение и точность оценивания.

В. Найдите OMП для модели Пуассоновской регрессии.

Билет №2.

А. Разложение Вилкса. Неасимптотические доверительные множества.

Б. Непараметрическое Байесовское оценивание и методы пенализации в моделях регрессии.

В. Сравните доверительные множества, построенные на методе правдоподобия, и асимптотические доверительные эллипсоиды.

Билет №3

А. Разложение Фишера для ОМП. Ошибка аппроксимации, критическая размерность.

Б. Модели сингл-индекса и мульти-индекса. Оценивание индекса как задача семипараметрического оценивания. Разложения Фишера и Вилкса для метода проекций и пенализации, смещение и точность оценивания.

В. Опишите апостериорное распределение для модели гауссовской регрессии с непараметрическим гауссовским априорным распределением.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Основная литература:

1) И.А.Ибрагимов, Р.З.Хасьминский. Асимптотическая теория оценивания, Наука, 1979.

2) J. Fan and I. Gijbels. Local Polynomial Modelling and Its Applications: Monographs on Statistics and Applied Probability. Chpman and Hall 1996.

3) L. Wasserman. All of nonparametric statistics, Springer, 2006.

4) V.Spokoiny. Nonparametric Statistics: Parametric View. Script

Дополнительная литература:

5) V. Spokoiny, T. Dickhaus. Basics of modern mathematical statistics. Springer Text in Statistics, 2015.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html