**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Стохастические модели в естественных науках.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Стохастические модели в естественных науках. «Вероятностные модели взаимодействующих частиц»
2. Преподаватель - доц. А.Д. Манита
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов посвящен системам стохастических частиц, которые трактуются как особые классы многомерных случайных процессов. Изучаются процессы восстановления, марковские процессы, а также специальные методы необходимые для анализа вероятностных моделей  взаимодействующих частиц, которые мотивированы широким кругом приложений в физике, информатике, экономике и др. областях
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Краткий обзор основных вероятностных моделей, мотивированных системами частиц, рассматриваемыми в статфизике, гидродинамике, компьютерных науках. |
| Тема 2 | Пространственно-временные скейлинги как метод математически строгого вывода уравнений математической физики и механики. |
| Тема 3 | Возникновение гидродинамических шкал в системах частиц на примере слабо нелинейной модели голосования. |
| Тема 4 | Модели со стохастической синхронизацией как системы частиц со специальным взаимодействием. |
| Тема 5 | Гидродинамика системы стохастических частиц с анизотропной синхронизацией. Сходимость к решениям уравнения типа Колмогорова-Петровского-Пискунова. Бегущие волны. |
| Тема 6 | Симметризованные синхронизирующие скачки как отображения конфигурационного пространства. Основная лемма «о сжатии». |
| Тема 7 | Базовый инструментарий для построения моделей: винеровский процесс, стохастические дифференциальные уравнения, пуассоновский процесс, процессы восстановления. |
| Тема 8 | Марковская модель синхронизации на примере системы броуновских частиц с попарным взаимодействием. |
| Тема 9 | Модель синхронизации взаимодействующих диффузий. |
| Тема 10 | Последовательные временн*ы*е фазы в поведении марковской системы броуновских частиц с синхронизацией. |
| Тема 11 | Марковская модель синхронизации локальных времен в беспроводных сенсорных сетях (БСС). |
| Тема 12 | Количество различных временн*ы*х шкал в зависимости от параметров модели БСС. |
| Тема 13 | Временн*ы*е шкалы для многомерной симметрической системы взаимодействующих диффузий с синхронизацией. |
| Тема 14 | Мультиагентная модель образования цены на рынке, основанная на системе частиц с аннигиляцией. |
| Тема 15 | Некоммутативная теория вероятностей. Описание систем квантовых частиц. |
| Тема 16 | Предел слабого взаимодействия для квантовой частицы, взаимодействующей с квантовым идеальным газом. |
| Тема 17\* | Понятие о квантово-динамических полугруппах. Аналогия с классическими марковскими процессами. Вид генератора для предельной динамики выделенной частицы в квантовом газе для случая трансляционно-инвариантного взаимодействия. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к зачету)*

1. Основные вероятностные модели систем взаимодействующих частиц. Примеры: идеальный газ, процессы Кавасаки, модель Изинга и др. Краткий обзор основных направлений в исследовании этих систем.
2. Модели со стохастической синхронизацией как системы частиц со специальным взаимодействием.
3. Пространственно-временные скейлинги как метод математически строгого вывода уравнений математической физики и механики.
4. Гидродинамический предел в слабо нелинейной модели голосования.
5. Гидродинамика системы стохастических частиц с анизотропной синхронизацией. Сходимость к решениям уравнения типа Колмогорова-Петровского-Пискунова (КПП). Бегущие волны.
6. Симметризованные синхронизирующие скачки как отображения конфигурационного пространства. Основная лемма "о сжатии".
7. Базовый инструментарий для построения моделей: винеровский процесс, стохастические дифференциальные уравнения, пуассоновский процесс, процессы восстановления.
8. Марковская модель синхронизации на примере системы броуновских частиц с попарным взаимодействием.
9. Модель синхронизации взаимодействующих диффузий.
10. Последовательные временные фазы в поведении марковской системы броуновских частиц с синхронизацией.
11. Марковская модель синхронизации локальных времен в беспроводных сенсорных сетях (БСС).
12. Количество различных временных шкал в зависимости от параметров модели БСС.
13. Временные шкалы для многомерной симметрической системы взаимодействующих диффузий с синхронизацией.
14. Мультиагентная модель образования цены на рынке, основанная на системе частиц с аннигиляцией
15. Некоммутативная теория вероятностей. Описание систем квантовых частиц.
16. Предел слабого взаимодействия для квантовой частицы, взаимодействующей с квантовым идеальным газом.
17. Понятие о квантово-динамических полугруппах. Аналогия с классическими марковскими процессами. Теорема Линдблада.
18. Вид генератора для предельной динамики выделенной частицы в квантовом газе для случая трансляционно-инвариантного взаимодействия.

*Образцы билетов.*

Билет №1.

А. Динамика модели голосования как условно независимый случайный процесс. Поглощающие состояния классической модели голосования.

Б. Количество различных временных шкал в зависимости от параметров модели беспроводной сенсорной сети.

В. Задача: вычислите асимптотическую скорость границы в системе аннигилирующих частиц модели ценнообразования в предположении, что на рынке имеется только один тип «продавцов» и один тип «покупателей».

Билет №2.

А. Лемма "о сжатии" для симметризованных синхронизирующих скачков.

Б. Понятие о фазовых переходах на примере модели Изинга.

В. Задача: выпишите уравнение для нахождения бегущих волн в уравнении КПП.

Билет №3.

А. Системы броуновских частиц с попарным синхронизирующим взаимодействием.

Б. Общий вид генератора квантово-динамической полугруппы.

В. Задача: можно ли указать различные наборы параметров, при которых система взаимодействующих диффузий с синхронизацией обладает качественно различными наборами временных фаз? Обоснуйте свой ответ.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

*Основная литература.*

1. C. Kipnis and C. Landim, Scaling Limits of Interacting Particle Systems, Grundlehren Math. Wiss., 320, Springer, 1999, xvi+442 pages.
2. O. Simeone, U. Spagnolini, Y. Bar-Ness, S. Strogatz. Distributed synchronization in wireless networks. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, V. 25, N. 5, pp. 81-97.
3. A. Manita, V. Shcherbakov, Asymptotic analysis of a particle system with mean-field interaction, Markov Processes Relat. Fields, 11, N.3, 489-518 (2005)
4. Manita, Brownian particles interacting via synchronizations. Communications in Statistics - Theory and Methods. 2011. V. 40, N 19-20. P. 3440-3451.

*Дополнительная литература.*

1. Малышев В.А., Минлос Р.А. Линейные бесконечночастичные операторы. - М: Наука, 1994
2. Malyshev V.A., Manita A.D., Zamyatin A.A. Explicit Asymptotic Velocity of the Boundary between Particles and Antiparticles, ISRN Mathematical Physics, Article ID 327298 (2012), с. 1-32
3. Малышев В.А., Манита А.Д., Стохастическая микромодель течения Куэтта, Теория вероятностей и ее применения, том 53, № 4, с. 798-809 (2008)
4. Manita A. Clock synchronization in symmetric stochastic networks // Queueing Systems. — 2014. — Vol. 76, no. 2. — P. 149–180
5. Malyshev V., Manita A., Petrova E., Scacciatelli E. Hydrodynamics of Weakly Perturbed Voter Model, Markov Processes and Related Fields, V. 1, № 1, p. 1-51 (1995)
6. Manita A.D. Properties Of Translationally-Invariant Quantum-Dynamic Semigroups, Theoretical and Mathematical Physics, V. 89, № 3, p. 1271-1281
7. Botvich D., Malyshev V., Manita A., Translation Invariant Quantum Master Equation, Helvetica physica acta, V. 64, № 7, p. 1072-1092 (1991)
8. Malyshev V.A., Manita A.D., Zamyatin A.A. Multi-agent Model of the Price Flow Dynamics, в сборнике V. V. Kozlov et al. (eds.) Traffic and Granular Flow 2011, p. 95-105 (2013)
9. Лиггетт Т.М. Марковские процессы с локальным взаимодействием. Пер. с англ. — Москва: Мир, 1989. — 550 с.
10. Синай Я.Г. Теория фазовых переходов: Строгие результаты. Москва: Издательство «Наука», 1980
11. Манита А.Д. Коллективное поведение в многомерных вероятностных моделях cинхронизации. Обозрение прикладной и промышленной математики, том 14, № 6, с. 1001-1021 (2007)

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html>,

<http://istina.msu.ru/profile/manita/>

ArXiv e-prints, № 1303.0031 [math.PR]

ArXiv e-prints, № 1409.2919, с. 1-50

www.mathnet.ru