**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Избранные главы математической статистики.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ. «Эмпирические процессы и их применение в статистике»
2. Преподаватель - проф. Е.В. Булинская
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов включает следующие разделы: сходимость случайных процессов с разрывами первого рода по распределению, свойства эмпирических и квантильных процессов, их предельное поведение, винеровский процесс и броуновский мост, процессы Уленбека, Кифера и Бриллинджера, КМТ (или венгерская) конструкция, мартингальная техника и применения в статистике (критерии Колмогорова-Смирнова, Крамера-Мизеса, ранговые критерии, определение момента разладки).
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Слабая сходимость в пространстве D. |
| Тема 2 | Эмпирические и квантильные процессы. |
| Тема 3 | Винеровский процесс и броуновский мост. |
| Тема 4 | Процессы Уленбека, Кифера и Бриллинджера. |
| Тема 5 | Строго марковское свойство. |
| Тема 6 | Конструкция Скорохода. |
| Тема 7 | Расстояние Вассерштейна. |
| Тема 8 | Венгерская конструкция. |
| Тема 9 | Метод Штрассена. |
| Тема 10 | Мартингальная техника. |
| Тема 11 | Статистики Реньи, Андерсона-Дарлинга |
| Тема 12 | Критерий Колмогорова-Смирнова. |
| Тема 13 | Критерий Крамера-Мизеса. |
| Тема 14 | Ранговые критерии. |
| Тема 15 | L-статистики. |
| Тема 16 | Регрессионные модели. |
| Тема 17\* | Определение момента разладки. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Вопросы к экзамену (или вопросы к устному зачету)*

1. Геометрия пространства D. Полнота и сепарабельность в топологии Скорохода.
2. Предельное поведение эмпирической функции распределения при росте числа наблюдений. Теорема Гливенко-Кантелли.
3. Максимальные неравенства для сумм.
4. Минимальное неравенство Могульского.
5. Теорема о переходе от эмпирического процесса, построенного по случайным величинам с функцией распределения F, к соответствующему процессу для равномерно распределенных на [0,1] величин.
6. Винеровский процесс.
7. Броуновский мост.
8. Процесс Уленбека.
9. Процесс Кифера.
10. Процесс Бриллинджера.
11. Элементарная теорема Скорохода о переходе от слабой сходимости к сходимости почти наверное.
12. Строго марковское свойство винеровского процесса и принцип отражения.
13. Теорема (Скороход-Вичура-Дадли) о вложении частных сумм в винеровский процесс.
14. Расстояние Вассерштейна и его свойства. Теорема Мэллоуза.
15. Результаты Комлоша-Майора-Тушнадя о вложении процесса частных сумм в винеровский процесс.
16. Скорость аппроксимации в КМТ-конструкции.
17. Закон повторного логарифма в форме Штрассена.
18. Сходимость эмпирического процесса для равномерно распределенных величин к броуновскому мосту.
19. Мартингалы, связанные с эмпирическими процессами.
20. Критерий Колмогорова-Смирнова.
21. Статистика Крамера-Мизеса и ее связь с эмпирическим процессом.
22. Статистика Реньи. Предельное распределение при нулевой гипотезе.
23. Статистика Андерсона-Дарлинга, разложение по главным компонентам.
24. Порядковые статистики и взвешенные эмпирические процессы.
25. Слабая сходимость взвешенных эмпирических процессов.
26. Теорема Чибисова.
27. L-статистики.
28. Теорема Реболледо.
29. Определение момента разладки.

*Примеры билетов*.

**Билет 1.**

А) Теорема Мэллоуза.

Б) Процесс Уленбека.

Задача. Проверить, что сходимость в метрике Леви-Прохорова эквивалентна слабой сходимости.

**Билет 2.**

А) Теорема Гливенко-Кантелли.

Б) Закон повторного логарифма в форме Штрассена.

Задача. Найти распределение максимума винеровского процесса на отрезке [0,1].

**Билет 3.**

А) Теорема Чибисова.

Б) Процесс Кифера.

Задача. Сходимость в смысле квантилей эквивалентна сходимости по распределению.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Литература:

1. П. Биллингсли. *Сходимость вероятностных мер*. Москва, Наука, 1977.

2. G.R.Shorack, J.A.Wellner. *Empirical Processes with Applications to Statistics*. J.Wiley and Sons, New York, 1986.

3. M.Csorgo, L.Horvath*. Limit Theorems in Change-Point Analysis*. J.Wiley and Sons, Chichester, 1997.

4. J.Hill. Dependence and stochastic limit theory. Quantile, N 10, p. 1-31, 2012.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>