**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Дополнительные главы математической статистики

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Умение формализовать прикладную задачу обработки статистических данных, применить надлежащий оптимальный статистический алгоритм, интерпретировать полученные результаты в содержательные качественные выводы.

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 часа составляет контактная работа студента с преподавателем 34 часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, 64 62 часа составляет самостоятельная работа студента.

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, функциональный анализ, теорию функций комплексного переменного, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов;
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры, действительного анализа, комплексного анализа, функционального анализа, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ
2. Преподаватель – доц. М.В. Болдин
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов посвящен (в основном) знаковому анализу авторегрессионных моделей. Знаковый метод позволяет решать все задачи, доступные для классического метода наименьших квадратов, но обладает рядом привлекательных особенностей. А именно: тестовые процедуры свободны для конечного объема данных, имеют высокую асимптотическую эффективность для данных с тяжелыми хвостами, являются качественно устойчивыми (робастными) к искажению данных грубыми выбросами. Технически изучение знаковых процедур сводится к изучению остаточных эмпирических процессов. Это современная и развивающаяся область непараметрической статистики
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Классический (наименьших квадратов) и альтернативные способы проверки размерности авторегрессий и  общих линейных гипотез. |
| Тема 2 | Введение в знаковый подход: схема с неизвестным параметром сдвига, медианные тесты. |
| Тема 3 | Сравнение тестов с помощью АОЭ по Питмену; применения к медианным тестам. |
| Тема 4 | Локальная схема засорения данных и качественная устойчивость медианного теста. |
| Тема 5 | Локально оптимальные знаковые тесты в AR(1). |
| Тема 6 | Знаковые тесты в нестационарной авторегрессии. |
| Тема 7 | Теорема о равномерном стохастическом разложении. Мощность знакового теста при близких альтернативах. |
| Тема 8 | Сравнение знаковых тестов с общеупотребительными. |
| Тема 9 | Знаковые оценки параметра AR(1) модели. |
| Тема 10 | Функционал влияния знаковой оценки. |
| Тема 11 | Качественная устойчивость (робастность) знакового теста в AR(1). |
| Тема 12 | Знаковые тесты в AR(p). |
| Тема 13 | Знаковые тесты в AR(p) – продолжение. |
| Тема 14 | Теорема о равномерном стохастическом разложении: мощность знаковых тестов при близких альтернативах. |
| Тема 15 | Сравнение знаковых тестов в AR(p) с тестами наименьших квадратов и ранговыми. |
| Тема 16 | Проверка гипотез о размерности AR(p) знаковым методом. |
| Тема 17\* | Качественная устойчивость знаковых тестов в AR(p). |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа теоретической части*

1. Классический (наименьших квадратов) и альтернативные способы проверки гипотез о размерности авторегрессий. AR(p) модель, тесты типа хи-квадрат для линейных гипотез и процедур наименьших квадратов.
2. Идеи знакового подхода на примере задачи с неизвестным параметром сдвига: л.н.м. знаковый тест, распределения при гипотезе для конечных обьемов данных и асимптотическое. Мощность при близких альтернативах.
3. АОЭ по Питмену, сравнение знакового теста с тестом наименьших квадратов.
4. Локальная схема засорения данных грубыми выбросами. Асимптотическая качественная устойчивость и локальная качественная устойчивость знакового теста. Неробастность теста наименьших квадратов.
5. Локально оптимальные знаковые тесты для AR(1) модели. Асимптотическое распределение теста при гипотезе.
6. Знаковые тесты в нестационарной авторегрессии.
7. Теорема о равномерном стохастическом разложении. Мощность знаковых тестов при близких альтернативах.
8. Сравнение знаковых тестов с другими непараметрическими тестами.

9. Знаковые оценки параметра AR(1) модели.

10. Функционал влияния знаковой оценки.

11. Робастность (качественная устойчивость) знакового теста.

1. Знаковые тесты в AR(p): локально наиболее мощные тесты для одномерных односторонних альтернатив.
2. Тесты для простой семипараметрической гипотезы о векторе параметров AR(p).
3. Теорема о равномерном стохастическом разложении в AR(p): мощность знаковых тестов при близких альтернативах.

15. Сравнение знакового теста в многопараметрической авторегрессии с тестами наименьших квадратов и ранговыми.

1. Проверка гипотез о размерности в AR(p) знаковым методом.
2. Качественная устойчивость знакового теста для гипотез о размерности AR(p).

*Экзаменационные билеты формируются в виде двух вопросов из приведенной программы и одной задачи (третий пункт билета). Примеры задач и билетов приведены далее.*

Образцы билетов

Билет №1.

1. Теорема об асимптотической нормальности оценки наименьших квадратов в стационарной AR(p).
2. Локально наиболее мощный знаковый тест (медианный тест) в задаче с неизвестным параметром сдвига.
3. Рассматривается стационарная AR(3) модель с коэффициентами a,b,c. Построить тест н.к. для гипотезы b=c .

Билет №2.

1. Теорема Питмена о вычислении АОЭ двух асимптотически гауссовских тестов.
2. Определение и схема доказательства асимптотической нормальности знаковой оценки в AR(1).
3. Найдите функционал влияния медианной оценки в задаче с неизвестным параметром сдвига.

Билет№3.

1. Доказать, что медианный тест в задаче с параметром сдвига является асимптотически качественно робастным.

2. Теорема о локально оптимальном знаковом тесте в нестационарной AR(1) с коэффициентом из R.

3. Найдите распределение знаковой ковариации первого порядка в AR(1).

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсовинформационно-телекоммуникационнойсети «Интернет»:

Основная литература

1. Brockwell P., Davis R.A., Time Series: Theory and Methods, New York, Springer-Verlag, 1987.

2. Ширяев А.Н., Основы стохастической финансовой математики. Факты. Модели, М., Фазис, 1998.

3. Болдин М.В.,., Симонова Г.И.. Тюрин Ю.Н., Знаковый статистический анализ линейных моделей, М.,

Наука, 1997.

Дополнительная литература

1. Koul H.L., Weighted empiricals and linear models, IMS, Hayward, v/ 21, 1992.
2. Кендалл М.,Дж., Стьюарт А., Статистические выводы и связи, М., Наука, 1973.
3. Ибрагимов И.А., Линник Ю.В., Независимые и стационарно связанные величины, М., Наука, 1965.
4. Болдин М.В., Робастность знаковых тестов для гипотез о порядке авторегрессии, Теория вероятн.

и ее примен.,т. 57, в. 4, с.1-10, 2012.

5. Reider H., A Robust Asymptotic Testing Model, Ann. Statist., v.6, p.1080-1094, 1978.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html