**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Избранные главы теории вероятностей.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, действительный анализ, теорию вероятностей.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, действительного анализа, теории вероятностей и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. «Случайные блуждания по многомерным решеткам».
2. Преподаватель - проф. Е. Б. Яровая
3. Аннотация курса: курс посвящен изложению основных принципов теории случайных блужданий с непрерывным временем по многомерным решеткам. Такие процессы изучают перемещение объектов под действием некоторого случайного механизма и возникают как в прикладных, так и в теоретических исследованиях. Особое внимание уделено анализу асимптотического поведения переходных вероятностей случайного блуждания по времени, как при фиксированных пространственных координатах, так и при совместном росте пространственной и временной переменных. Доказываются предельные теоремы о функциях Грина переходных вероятностей при произвольных значениях параметра и больших уклонениях случайного блуждания. Курс служит основой для изучения теории ветвящихся случайных блужданий, т.е. случайных систем не только с транспортом, но и с размножением и исчезновением элементов, одной из интенсивно развивающихся современных областей теории вероятностей и случайных процессов.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Описание модели симметричного случайного блуждания с непрерывным временем. Симметричные и симметризуемые случайные блуждания. Примеры |
| Тема 2 | Элементы теории линейных операторов в банаховых пространствах. Дифференциальные уравнения в банаховых пространствах |
| Тема 3 | Эволюционный оператор случайных блужданий. Обратные уравнения Колмогорова. Лемма Шура |
| Тема 4 | Дискретное преобразование Фурье переходных интенсивностей случайного блуждания. Условие конечной дисперсии скачков случайного блуждания |
| Тема 5 | Интегралы Лапласа. Теоремы об асимптотическом поведении интегралов Лапласа |
| Тема 6 | Локальная предельная теорема о поведении переходных вероятностей случайного блуждания |
| Тема 7 | Теоремы о симметризуемых случайных блужданиях. О монотонности решения обратного уравнения Колмогорова |
| Тема 8 | Функция Грина случайного блуждания. Возвратность и невозвратность случайного блуждания в терминах функции Грина. Анализ асимптотического поведения функции Грина при фиксированной пространственной координате. |
| Тема 9 | Тауберовы теоремы и их применение к исследованию функции Грина. |
| Тема 10 | Большие уклонения случайного блуждания. Простое симметричное случайное блуждание. Связь между многомерными и одномерными переходными вероятностями. |
| Тема 11 | Глобальная теорема о переходных вероятностях. Одномерная решетка |
| Тема 12 | Глобальная теорема о переходных вероятностях. Многомерная решетка |
| Тема 13 | Шкала изменения вероятности при совместном росте пространственной и временной переменной. |
| Тема 14 | Предельные теоремы о переходных вероятностях при различных соотношениях между уклонением блуждания и временем. Локальная предельная теорема как следствие глобальной предельной теоремы |
| Тема 15 | Метод Лапласа и его применение к доказательству предельных теорем о поведении функции Грина. |
| Тема 16 | Теорема о поведении функции Грина при фиксированном положительном параметре. |
| Тема 17\* | Теорема о поведении функции Грина при малых значениях параметра. Теорема о поведении функции Грина при нулевом параметре для невозвратных случайных блужданий. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к устному зачету)*:

1. Модели симметричного случайного блуждания с непрерывным временем.
2. Симметричные и симметризуемые случайные блуждания. Примеры
3. Ограниченные линейные операторы, возникающие в моделях случайных блужданий, и их свойства.
4. Обратное уравнение Колмогорова.
5. Лемма Шура.
6. Прямые и обратные дискретные преобразования Фурье и их применение к исследованию случайных блужданий.
7. Условие конечной дисперсией скачков и его следствия.
8. Интегралы Лапласа.
9. Теоремы об асимптотическом поведении интегралов Лапласа.
10. Локальная предельная теорема о поведении переходных вероятностей случайного блуждания.
11. Теоремы о симметризуемых случайных блужданиях.
12. О монотонности решения обратного уравнения Колмогорова.
13. Функция Грина случайного блуждания.
14. Возвратность и невозвратность случайного блуждания в терминах функции Грина.
15. Анализ асимптотического поведения функции Грина при фиксированной пространственной координате.
16. Тауберовы теоремы и их применение к исследованию функции Грина.
17. Простое симметричное случайное блуждание. Связь между многомерными и одномерными переходными вероятностями.
18. Глобальная теорема о переходных вероятностях. Одномерная решетка
19. Глобальная теорема о переходных вероятностях. Многомерная решетка
20. Шкала изменения вероятности при совместном росте пространственной и временной переменной.
21. Предельные теоремы о переходных вероятностях при различных соотношениях между уклонением блуждания и временем.
22. Предельные теоремы о переходных вероятностях при различных соотношениях между уклонением блуждания и временем.
23. Локальная предельная теорема как следствие глобальной предельной теоремы.
24. Метод Лапласа.
25. Предельная теорема о поведении функции Грина при фиксированном положительном параметре.
26. Предельная теорема о поведении функции Грина при малых значениях параметра.
27. Предельная теорема о поведении функции Грина при нулевом параметре для невозвратных случайных блужданий.

*Экзаменационные билеты содержат два вопроса (1 и 2) из указанного списка и одной задачи (3), примеры задач см. далее в образцах билетов*.

Образцы билетов.

­­Билет №1.

1. Теоремы об асимптотическом поведении интегралов Лапласа.

2. Локальная предельная теорема о поведении переходных вероятностей случайного блуждания.

3. Установить асимптотическое поведение функции Грина при малых значениях параметра для переходных вероятностей симметричного случайного блуждания с конечной дисперсией скачков по одномерной решетке при фиксированных пространственных координатах.

Билет №2.

1. Простое симметричное случайное блуждание. Связь между многомерными и одномерными переходными вероятностями.

2. Глобальная теорема о переходных вероятностях. Многомерная решетка

3. Установить асимптотическое поведение переходной вероятности простого случайного блуждания на многомерной решетке, если уклонение случайного блуждания имеет порядок роста *t3/4* при больших значениях времени *t.*

Билет №3

1. Возвратность и невозвратность случайного блуждания в терминах функции Грина.

2. Предельная теорема о поведении функции Грина при нулевом параметре для невозвратных случайных блужданий.

3. Решить обратное уравнение Колмогорова.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Перечень литературы:

1. Ахиезер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1966. 544 с.
2. Молчанов С. А., Яровая Е. Б. Предельные теоремы для функции Грина решетчатого лапласиана при больших уклонениях случайного блуждания // Изв. РАН. Сер. матем. 2012. Т. 76, № 6. С. 123–152.
3. Спицер Ф. Принципы случайного блуждания. М.: Мир, 1969. 472 с.
4. Федорюк М. В. Метод перевала. М.: Наука, 1977. 368 с.
5. Федорюк М. В. Асимптотика: Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.
6. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984. Т. 2. 752 с.
7. Яровая Е. Б. Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде. М.: Центр прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2007. 104 с. ISBN: 978-5-211-05431-8.
8. Яровая Е. Б. Критерии экспоненциального роста числа частиц в моделях ветвящихся случайных блужданий // Теория вероятн. и ее примен. 2010. Т. 55, № 4. С. 705–731.
9. Яровая Е. Б. Монотонность вероятности возвращения в источник в моделях ветвящихся случайных блужданий // Вестник Моск. ун-та. Сер. 1: Математика. Механика. 2010. № 2. С. 44–47.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html