**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Избранные главы теории случайных процессов.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ.«Исчисление Маллявэна для диффузионных процессов»
2. Преподаватель – профессор В.Д. Конаков
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов 4-го - 6-го курса. Целью курса является обучение мощному методу стохастического анализа, известному как «исчисление Маллявэна», развить навыки, позволяющие применять этот метод, для анализа гладкости решений стохастических дифференциальных уравнений. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Необходимые сведения из теории вероятностей: неравенство Дуба, неравенство Буркхольдера-Дэвиса-Ганди |
| Тема 2 | Необходимые сведения из стохастического анализа: интеграл Стратоновича, теорема Гирсанова |
| Тема 3 | Необходимые сведения из функционального анализа: дифференциальное исчисление в банаховых пространствах. |
| Тема 4 | Первый подход, основанный на теореме Гирсанова. Формула интегрирования по частям |
| Тема 5 | Гладкие функционалы на пространстве C[0,1] |
| Тема 6 | Устойчивость решений СДУ при возмущении коэффициентов. |
| Тема 7 | Теорема о гладкости функционалов от решений СДУ. |
| Тема 8 | Ковариационная матрица Маллявэна и ее свойства. Достаточные условия существования гладкой плотности у случайного вектора. |
| Тема 9 | Критерий существования гладкой плотности решения СДУ в терминах ковариационной матрицы Маллявэна. |
| Тема 10 | Существование гладкой плотности решения СДУ. Случай равномерной эллиптичности. |
| Тема 11 | Векторные поля. Скобки Ли. Операторы типа «суммы квадратов». |
| Тема 12 | Условие Хёрмандера. Лемма Норриса. Теорема Хёрмандера. |
| Тема 13 | Альтернативный подход к доказательству теоремы Хёрмандера. |
| Тема 14 | Оператор Орнштейна-Уленбека и его свойства. |
| Тема 15 | Полиномы Эрмита и их свойства |
| Тема 16 | Оператор Орнштейна-Уленбека и разложение в винеровский хаос |
| Тема 17 | Второе доказательство теоремы Хёрмандера. |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к зачету)*

1. Неравенство Дуба, неравенство Буркхольдера-Дэвиса-Ганди. Интеграл Ито и его основные свойства.

2. Интеграл Стратоновича, связь с интегралом Ито. Теорема Гирсанова.

3. Дифференциальное исчисление в банаховых пространствах. Производная по Фреше. Основные правила дифференцирования.

4. Формула интегрирования по частям, основанная на теореме Гирсанова.

5. Гладкие функционалы на C[0,1]. Устойчивость решений СДУ относительно возмущений матрицы диффузии.

6. Гладкие функционалы от решений СДУ.

7. Достаточные условия существования плотности случайного вектора.

8. Ковариационная матрица Маллявэна и ее свойства.

9. Роль ковариационной матрицы Маллявэна в изучении гладкости решений СДУ. Теорема о существовании гладкой плотности у решения СДУ.

10. Векторные поля, скобки Ли, условие Хермандера.

11. Лемма Норриса, доказательство теоремы Хермандера.

12. Альтернативный подход, оператор Орнштейна-Уленбека. Вторая формула интегрирования по частям.

13. Второе доказательство теоремы Хермандера.

*Экзаменационные билеты (билеты к устному зачету) формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка и одной задачи (В), примеры задач см. далее.*

Образцы билетов.

Билет №1.

1. Теорема Гирсанова. Гладкие функционалы. Формула интегрирования по частям.
2. Векторные поля. Скобки Ли. Условие Хермандера. Теорема Хермандера.

Билет №2.

1. Ковариационная матрица Маллявэна и существование гладкой плотности. Оператор Орнштейна – Уленбека.
2. Критерии существования гладкой плотности.
3. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Основная литература:

1. **H. Kuo. Introduction to Stochastic Integration. Springer. 2000.**
2. **Ю. Л. Далецкий, М.Г. Крейн Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве, М., Наука, 1970.**
3. **R. Bass. Diffusions and Elliptic Operators, Springer, 1997.**

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://www.hairer.org/papers/hormander.pdf>

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 10 от 07 июня 2017 г.**