**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Стохастическое исчисление в финансах.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ, основы актуарной и финансовой математики, теорию риска и стохастическую финансовую математику.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. СТОХАСТИЧЕСКОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ В ФИНАНСАХ
2. Преподаватель – асс. А.А. Каменов
3. Аннотация курса: классические модели финансовой математики, справедливые цены опционов, модели стохастической волатильности, модели процентных ставок, хеджирование волатильности, форвардные и фьючерсные контракты, особенности эмпирической рыночной динамики, методы расчёта цен.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Броуновское движение и его свойства. Мартингалы. Теорема об опциональной остановке. Стохастический интеграл. |
| Тема 2 | Процессы Ито. Формула Ито. Стохастические дифференциальные уравнения. Примеры. |
| Тема 3 | Процесс плотности. Эквивалентная замена меры. Теорема Гирсанова. |
| Тема 4 | Модель Башелье. Существование и единственность мартингальной меры. Пример "арбитражной" стратегии. Справедливые цены опционов. |
| Тема 5 | Уравнения в частных производных для справедливой цены. Формула Башелье. |
| Тема 6 | Модель Блека-Шоулза. Существование и единственность мартингальной меры. Справедливые цены опционов. Уравнения в частных производных для справедливой цены. Формула Блека-Шоулза-Мертона. Греки. |
| Тема 7 | Свопы на вариацию. Выражение для справедливой цены через цены опционов. |
| Тема 8 | Уравнения в частных производный для справедливых цен азиатских опционов в модели Блека-Шоулза |
| Тема 9 | Модель Хестона (стохастической волатильности). Уравнения в частных производных для справедливой цены. |
| Тема 10 | Модель локальной волатильности (Дерман-Кани, Дюпир). Вывод поверхности волатильности из наблюдаемых цен call-опционов. |
| Тема 11 | Форварды и фьючерсы. Модель с реверсией к форварду (Клелоу-Стрикланд) для товарных рынков. Справедливые цены опционов. |
| Тема 12 | Модель Халла-Уайта для рынка процентных ставок. Калибровка коэффициентов по наблюдаемой кривой процентных ставок. Замена отсчёта. Расчёт справедливой цены опционов на облигации. |
| Тема 13 | Модель Хиса-Джерроу-Мортона для рынка процентных ставок. Вывод уравнения для цены облигации. Условия отсутствия арбитража |
| Тема 14 | Особенности эмпирической рыночной динамики. Процессы Леви |
| Тема 15 | Замена времени, обобщенные обратно-гауссовские и гиперболические распределения. |
| Тема 16 | Фрактальное броуновское движение |
| Тема 17\* | Общее понятие о методах Монте-Карло для расчёта справедливых цен опционов. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (вопросы к устному зачету)*

1. Броуновское движение и его свойства. Мартингалы. Теорема об опциональной остановке. Стохастический интеграл.

2. Процессы Ито. Формула Ито.

3. Теорема Гирсанова

4. Модель Башелье. Существование и единственность мартингальной меры.

5. Справедливые цены опционов в модели Башелье.

6. Уравнения в частных производных для справедливой цены в модели Башелье.

7. Модель Блека-Шоулза. Существование и единственность мартингальной меры.

8. Уравнения в частных производных для справедливой цены в модели Блека-Шоулза. Греки.

9. Свопы на вариацию.

10. Модель Хестона (стохастической волатильности). Уравнения для справедливой цены.

11. Модель локальной волатильности (Дерман-Кани, Дюпир). Поверхность волатильности.

12. Вывод поверхности волатильности из наблюдаемых цен call-опционов.

13. Справедливые цены опционов в модели с реверсией к форварду (Клелоу-Стрикланд)

14. Модель Халла-Уайта для рынка процентных ставок. Калибровка коэффициентов по наблюдаемой кривой процентных ставок.

15. Замена отсчёта. Расчёт справедливой цены опционов на облигации.

16. Модель Хиса-Джерроу-Мортона для рынка процентных ставок. Вывод уравнения для цены облигации. Условия отсутствия арбитража

17. Процессы Леви

18. Замена времени, обобщенные обратно-гауссовские и гиперболические распределения.

19. Фрактальное броуновское движение

20. Методы Монте-Карло для расчёта справедливых цен опционов.

*Экзаменационные билеты (билеты к устному зачету) формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка и одной задачи, примеры задач см. далее.*

Образцы билетов.

**Билет 1**.

А) Процессы Ито. Формула Ито

Б) Модель Хестона (стохастической волатильности). Уравнения для справедливой цены.

Задача. Рассчитать формулу и изобразить примерный график для коэффициентов дельта и вега в модели Блека-Шоулза.

**Билет 2.**

А) Справедливые цены опционов в модели Башелье.

Б) Модель локальной волатильности (Дерман-Кани, Дюпир). Поверхность волатильности.

Задача. Доказать что из условий безарбитражности следует выпуклость рыночных цен опционов call и put европейского типа.

**Билет 3.**

А) Теорема Гирсанова

Б) Модель Халла-Уайта для рынка процентных ставок. Калибровка коэффициентов по наблюдаемой кривой процентных ставок.

Задача. Найти распределение момента выхода броуновского движения на уровень A

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсовинформационно-телекоммуникационнойсети «Интернет»:

**Основная литература**

1. Булинский А. В., Ширяев А. Н. Теория случайных процессов, Физматлит, 2003.
2. Musiela M., Rutkowski M. Martingale Methods in Financial Modelling, Springer, 2004.
3. Brigo D., Mercurio F. Interest Rate Models: Theory and Practice, Springer, 2001.
4. Ширяев А. Н., Основы стохастической финансовой математики, Фазис, 2004.

**Дополнительная литература**

1. Clewlow L., Strickland C. Valuing Energy Options in a One Factor Model Fitted to Forward Prices, 1999

2. Glasserman P., Monte Carlo Methods in Financial Engineering, Springer, 2003.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://wilmott.com/index.cfm>

<http://ssrn.com/abstract=160608>