**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Избранные главы математической статистики.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.«Вероятностно-статистические модели и анализ данных в задачах скорейшего обнаружения»
2. Преподаватель - проф. А.Н. Ширяев
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов посвящен изучению вероятностно-статистических методов в теории принятия решений и анализе данных.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Обзор основных задач в теории принятия решений |
| Тема 2 | Ключевые статистики и тесты в теории принятия решений в задачах различения двух гипотез по фиксированному числу наблюдений |
| Тема 3 | О различении двух гипотез для броуновского движения. Сравнение методов Неймана-Пирсона и Вальда |
| Тема 4 | Об основных формулировках задач скорейшего обнаружения для броуновского движения |
| Тема 5 | Постановка задачи о "разладке" и ее редукция к задаче об оптимальной остановке для марковского процесса |
| Тема 6 | Практическая реализация стандартных статистик для скорейшего обнаружения разладки. Контрольные карты Шухарта |
| Тема 7 | Модификация стандартных статистик для выявления разладки в дисперсии и ковариационной структуре (случай многомерного сигнала) |
| Тема 8 | Некоторые избранные методы обработки и моделирования временных рядов |
| Тема 9 | Модификации стандартных методов скорейшего обнаружения для случая неизвестных параметров сигнала после разладки |
| Тема 10 | Практическая реализация стандартных методов скорейшего обнаружения. Статистическое моделирование распределения ложных тревог |
| Тема 11 | Использование ОМП для задания значений параметров распределения после разладки |
| Тема 12 | Оценка среднего значения и параметра масштаба на основе экспоненциального сглаживания |
| Тема 13 | Численное оценивание среднего времени до ложной тревоги и среднего времени до обнаружения разладки для стандартных алгоритмов скорейшего обнаружения |
| Тема 14 | Настройка параметров алгоритмов скорейшего обнаружения |
| Тема 15 | Использование ОМП для задания значений параметров распределения после разладки |
| Тема 16 | Основные методы обнаружения аномалий и их теоретические свойства |
| Тема 17\* | Примеры использования методов наискорейшего обнаружения и детектирования аномалий |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к зачету)*

1. Обзор основных задач в теории принятия решений
2. Ключевые статистики и тесты в теории принятия решений в задачах различения двух гипотез по фиксированному числу наблюдений. Дискретное время
3. Ключевые статистики и последовательные тесты в задачах различения двух гипотез. Дискретное время
4. Некоторые широко используемые статистики в проблеме скорейшего обнаружения
5. Об определении броуновского движения, производной Радона-Никодима и условного математического ожидания
6. О различении двух гипотез для броуновского движения. Сравнение методов Неймана-Пирсона и Вальда
7. Об основных формулировках задач скорейшего обнаружения для броуновского движения (Варианты A, B, C, D и E)
8. "Вальдовская" система наблюдения в варианте E
9. "Нейман-Пирсоновская" система наблюдения в варианте B
10. Постановка задачи о "разладки" в варианте A и ее редукция к задаче об оптимальной остановке для марковского процесса
11. Решение задачи об оптимальной остановке для марковского процесса в варианте A
12. Практическая реализация стандартных статистик для скорейшего обнаружения разладки. Контрольные карты Шухарта
13. CUSUM, “двухсторонний” CUSUM
14. Модификация стандартных статистик для выявления разладки в дисперсии и ковариационной структуре (случай многомерного сигнала)
15. Моделирование временных рядов на основе моделей типа ARMA
16. Обработка сигналов: очистка от шума, сегментация сигналов на основе скрытых марковских моделей, сглаживания с адаптивными весами
17. Экспоненциальное сглаживание: оценки среднего значения и параметра масштаба, экспоненциальное сглаживание в случае неравномерного расположения наблюдений, метод Хольта-Винтерса, робастный вариант экспоненциального сглаживания
18. Практическая реализация стандартных методов скорейшего обнаружения. Статистическое моделирование распределения ложных тревог
19. Байесовские предположения о параметрах распределения после разладки
20. Использование ОМП для задания значений параметров распределения после разладки
21. Мгновенная оценка среднего значения после разладки на основе текущего наблюдения
22. Оценка среднего значения и параметра масштаба на основе экспоненциального сглаживания
23. Численное оценивание среднего времени до ложной тревоги и среднего времени до обнаружения разладки для стандартных алгоритмов скорейшего обнаружения
24. Настройка параметров алгоритмов скорейшего обнаружения
25. Основные методы обнаружения аномалий и их теоретические свойства
26. Примеры использования методов наискорейшего обнаружения и детектирования аномалий

*Экзаменационные билеты (билеты к устному зачету) формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка, примеры см. далее.*

Образцы билетов.

Билет №1.

А. Об определении броуновского движения, производной Радона-Никодима и условного математического ожидания

Б. Использование ОМП для задания значений параметров распределения после разладки.

Билет №2.

А. Решение задачи об оптимальной остановке для марковского процесса в варианте A.

Б. Экспоненциальное сглаживание: оценки среднего значения и параметра масштаба, экспоненциальное сглаживание в случае неравномерного расположения наблюдений, метод Хольта-Винтерса, робастный вариант экспоненциального сглаживания.

Билет №3.

А. О различении двух гипотез для броуновского движения. Сравнение методов Неймана-Пирсона и Вальда.

Б. Основные методы обнаружения аномалий и их теоретические свойства.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсовинформационно-телекоммуникационнойсети «Интернет»:

Основная литература.

1. Ширяев А.Н. *Вероятностно-статистические методы в теории принятия решений*, М.: МЦНМО, 2011.

2. Ширяев А.Н. *Вероятность*. В 2-х книгах, 5-е изд., Москва, МЦНМО, 2011.

3. Булинский А.В., Ширяев А.Н. *Теория случайных процессов.* Москва, Физматлит, 2003.

4. Ширяев А.Н. *Статистический последовательный анализ: Оптимальные правила остановки*. 2-е изд., перераб. М.: Наука, 1976.

Дополнительная литература.

5. Блекуэлл Д., Гиршик М.А. *Теория игр и статистических решений*. М.: ИЛ, 1958.

6. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1964

7. Вальд А. Последовательный анализ. М.: Физматлит, 1960.

8. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. М.: Наука, 1976.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html