**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Стохастические модели в исследовании операций и финансах.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ИССЛЕДОВАНИИ ОПЕРАЦИЙ И ФИНАНСАХ. «Введение в теорию массового обслуживания».
2. Преподаватель - проф. Л.Г. Афанасьева
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов включает в себя следующие разделы теории массового обслуживания: «Вероятностный аппарат теории массового обслуживания», «Простейшие марковские модели», «Одноканальная система с пуассоновским входящим потоком. Различные методы исследования» и др.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Описание систем массового обслуживания. Элементы систем, показатели эффективности. Исторический обзор. Модель Эрланга. |
| Тема 2 | Вероятностный аппарат теории массового обслуживания. Цепи Маркова с дискретным временем, определение и общие свойства. |
| Тема 3 | Эргодическая теорема для цепи Маркова с конечным множеством состояний. Эргодические цепи Маркова со счетным множеством состояний. Эргодические теоремы Феллера и Фостера. Критерий Мустафы-Твиди. |
| Тема 4 | Марковские процессы с дискретным множеством состояний (Цепи Маркова с непрерывным временем). Инфинитезимальная матрица. Конструктивное описание процесса. Вложенная цепь Маркова с дискретным временем. Прямые и обратные системы уравнений Колмогорова. |
| Тема 5 | Стационарные марковские процессы. Эргодичность. Эргодическая теорема Фостера. |
| Тема 6 | Процессы размножения и гибели. Система дифференциальных уравнений. Теорема Ройтера. Достаточное условие эргодичности. Стационарное распределение. |
| Тема 7 | Экспоненциальное распределение. Свойство отсутствия памяти. Пуассоновский процесс. Классификация систем массового обслуживания. |
| Тема 8 | Простейшие марковские модели. Система M/M/1/∞. Нестационарное распределение числа требований в системе. Условие эргодичности. Стационарное распределение. |
| Тема 9 | Бесконечноканальная система. Нестационарное и стационарное распределения числа занятых каналов. Период занятости. |
| Тема 10 | Система с несколькими параллельными каналами. Нестационарное и стационарное распределения числа требований в системе. Операционные характеристики. |
| Тема 11 | Система M/G/1/∞: метода исследования. Вложенная цепь Маркова. Стационарное распределение. Условие эргодичности. |
| Тема 12 | Виртуальное время ожидания в системе M/G/1/∞. Интегрально-дифференциальное уравнение Такача. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе. Нестационарное распределение виртуального времени ожидания. |
| Тема 13 | Метод дополнительной переменной при анализе системы M/G/1/∞. Марковский процесс, описывающий функционирование системы. Стационарные вероятности состояний. Период занятости. |
| Тема 14 | Система с отказами, пуассоновским входящим потоком и произвольно распределенным временем обслуживания. Стационарное распределение числа занятых приборов. |
| Тема 15 | Потоки с ограниченным последействием. Основные результаты из теории восстановления: Теорема Блекуэлла в решетчатом и нерешетчатом случаях, узловая теорема восстановления Смита. |
| Тема 16 | Одноканальная система типа GI/GI/1/∞. Интегральное уравнение Линдли. Связь с теорией случайных блужданий. Условие эргодичности. Решение уравнения Линдли в частных случаях. |
| Тема 17\* | Многоканальная система обслуживания вида GI/M/n/∞. Вложенная цепь Маркова. Стационарное распределение. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к устному зачету)*.

1. Цепи Маркова с дискретным временем. Вероятности перехода за n шагов. Классификация состояний. Теорема солидарности.
2. Эргодическая теорема для конечных цепей. Стационарные цепи Маркова.
3. Теоремы Феллера и Фостера, критерий Мустафы-Твиди для цепей Маркова со счетным множеством состояний.
4. Цепи Маркова с непрерывным временем. Уравнения Колмогорова-Чепмена. Инфинитезимальная матрица.
5. Прямые и обратные системы дифференциальных уравнений Колмогорова.
6. Стационарные цепи Маркова. Эргодическая теорема Фостера.
7. Экспоненциальное распределение. Конструктивное описание цепи Маркова с непрерывным временем. Вложенная цепь Маркова.
8. Процессы размножения и гибели. Теорема Ройтера.
9. Достаточное условие эргодичности процесса размножения и гибели. Стационарное распределение.
10. Пуассоновский процесс. Определение и основные свойства.
11. Классификация систем обслуживания. Символика Кендалла.
12. Система M/M/1/∞. Нестационарное распределение числа требований в системе.
13. Система M/M/1/∞. Условие эргодичности. Стационарное распределение.
14. Система M/G/∞. Нестационарное распределение числа занятых каналов. Условие существования предельного распределения и его вид.
15. Система M/M/n/∞. Нестационарное и стационарное распределения. Операционные характеристики.
16. Система M/G/1/∞. Процесс виртуального времени ожидания. Интегрально-дифференциальное уравнение Такача.
17. Система M/G/1/∞. Стационарное решение уравнения Такача. Операционные характеристики в стационарном режиме.
18. Система M/G/1/∞. Вложенная цепь Маркова. Условие эргодичности. Стационарное распределение.
19. Система M/G/1/∞. Метод дополнительной переменной. Стационарное распределение соответствующего марковского процесса.
20. Система M/G/1/∞. Функциональное уравнение для распределения периода занятости.
21. Система M/M/n/0. Стационарное распределение.
22. Система M/G/n/0. Метод дополнительной переменной. Предельное распределение числа занятых приборов.
23. Потоки с ограниченным последействием. Процесс восстановления. Функция восстановления.
24. Теорема Блекуэлла.
25. Узловая теорема восстановления.
26. Предельное распределение дефекта и эксцесса.
27. Система GI/GI/1/∞. Связь процесса времени ожидания n-го требования со случайным блужданием.
28. Случайное блуждание на прямой. Два типа: осциллирующий и уходящий (в -∞ или в +∞). Асимптотический анализ при наличии математического ожидания скачка.
29. Система GI/GI/1/∞. Интегральное уравнение Линдли. Примеры его решения.
30. Система GI/M/n/∞. Вложенная цепь Маркова. Стационарное распределение.

*Примеры задач.*

* 1. Найти стационарное распределение числа требований в системе M/M/2/∞ с неидентичными приборами: среднее время обслуживания на первом приборе , а на втором .
  2. С помощью уравнения Линдли для системы с эрланговским входящим потоком /M/1/∞ показать, что стационарное распределение времени ожидания требования F(x) имеет вид F(x)=1-α. Выразить α и β через параметры системы.
  3. Система M/M/1/∞. В моменты скачков входящего пуассоновского потока поступают группы требований с заданным распределением объема группы. Найти условие эргодичности и стационарное распределение числа требований в системе, если в группе всегда k требований.

*Темы для самостоятельной работы.*

1. Системы обслуживания с ограниченным временем ожидания или пребывания в системе. Литература ([5], §4.7; [4], §7.5).
2. Системы с ненадежными приборами. Приоритетные системы. Литература ([4], §7.1, §7.4, §4.4; [5], §4.8, §4.9).
3. Системы с повторными вызовами. Литература ([5], §4.10).
4. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Основная литература:

1. Л.Г. Афанасьева, Е.В. Булинская. Случайные процессы в теории массового обслуживания и управления запасами. МГУ, 1980.
2. Л.Г. Афанасьева. Очерки исследования операций. МГУ, 2007.
3. А.А. Боровков. Вероятностные процессы в теории массового обслуживания. Москва, «Наука», 1979.

Дополнительная литература:

1. П.П. Бочаров, А.В. Печинкин. Теория массового обслуживания. Москва, РУДН, 1995.
2. Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. Введение в теорию массового обслуживания. Москва, Ком. Книга, 2005.
3. Т.П. Саати. Элементы теории массового обслуживания. «Советское Радио», Москва, 1971.
4. В. Феллер. Введение в теорию вероятностей и её приложения. т.2. «Мир», Москва, 1967.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html