**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Статистика временных рядов

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Умение формализовать прикладную задачу, применить надлежащий оптимальный статистический алгоритм, предназначенный для обработки временного ряда, интерпретировать полученные результаты в содержательные качественные выводы.

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 часа составляет контактная работа студента с преподавателем 36 часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, 62 часа составляет самостоятельная работа студента.

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, функциональный анализ, теорию функций комплексного переменного, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов;
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, действительного анализа, комплексного анализа, функционального анализа, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. СТАТИСТИКА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ
2. Преподаватель - доц. М.В. Болдин
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов включает следующие разделы математической статистики: «Непараметрические оценки среднего, ковариаций, спектральной плотности и спектральной функции временных рядов»; «Оценки максимального правдоподобия в линейных авторегрессионных моделях», «Семипараметрические GM-оценки параметров стохастических разностных уравнений», «Робастные по смещению (с конечной чувствительностью) оценки» и др.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Предварительные сведения о стационарных временных рядах |
| Тема 2 | Стационарные ряды, порождаемые линейной AR(p) моделью. |
| Тема 3 | MA(q), ARMA(p,q), ARCH(p), GARCH(p,q) модели. |
| Тема 4 | Непараметрическое оценивание среднего и ковариаций, сходимость в с.к. |
| Тема 5 | Последовательности с сильным перемешиванием – закон больших чисел и центральная предельная теорема. Применения к оцениванию. |
| Тема 6 | Оценивание спектральной плотности и спектральной функции. |
| Тема 7 | Оценивание спектральной плотности – продолжение. |
| Тема 8 | Оценки максимального правдоподобия (о.м.п.) в линейных моделях. О.м.п. в AR(1) с  коэффициентом из R и гауссовскими инновациями. |
| Тема 9 | Модифицированные оценки максимального правдоподобия в AR(1). |
| Тема 10 | Семипараметрическое оценивание в AR(1) – подход, основанный на остаточных эмпирических процессах (о.э.п.). |
| Тема 11 | Теорема об асимптотической равномерной линейности о.э. п. |
| Тема 12 | Асимптотическая нормальность GM-оценок в AR(1). |
| Тема 13 | Оценки наименьших модулей в AR(1). |
| Тема 14 | Схема засорения данных типа Мартина-Йохаи и функционалы влияния. |
| Тема 15 | Функционалы влияния -- продолжение. |
| Тема 16 | Оценки с конечной чувствительностью (робастные по смещению) – примеры. |
| Тема 17\* | Оценки наименьших квадратов в AR(p). Проверка гипотез о размерности. GM-оценки в AR(p). |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к зачету)*

1. Предварительные сведения о временных рядах: спектральные представления, линейные фильтры, оптимальные с.к. и оптимальные линейные прогнозы, достаточные условия существования спектральной плотности.
2. Достаточные условия существования стационарного решения разностного AR(p) уравнения. Его спектральные характеристики. Прогнозы.
3. Стационарные решения, спектральные характеристики и прогнозы для MA(q), ARMA(p,q), ARCH (p,q), GARCH(p,q) моделей.
4. Закон больших чисел для стационарный последовательностей (сходимость в с.к.). Оценивание средних и ковариаций. Результаты для гауссовских последовательностей.
5. Последовательности с сильным перемешиванием – основные предельные теоремы. Применение к оцениванию средних и ковариаций, слабые критерии значимости.
6. Периодограмма, ее асимптотическая несмещенность и скорости сходимости смещения, несостоятельность в с.к. смысле.
7. Сглаженная оценка спектральной плотности, ее осимптотическое смещение и асимптотическая дисперсия. Асимптотически оптимальные (по порядку сходимости) оценки. Примеры наиболее употребительных окон.
8. Оценивание спектральной функции.
9. Оценки максимального правдоподобия (о.м.п.) в линейных авторегрессионных моделях. Оценки м.п. в AR(1) с гауссовскими инновациями – теорема о трех пределах.

10. Модифицированные оценки м.п. в AR(1) – два и один предел. Оценки наименьших квадратов.

11. Семипараметрическое оценивание в AR(p) с помощью остаточных эмпирических процессов – описание подхода.

1. Теорема об асимптотической равномерной линейности остаточного эмпирического процесса общего вида.
2. Асимптотическая гауссовость GM-оценок в AR(1).
3. Асимптотическая гауссовость оценок наименьших модулей в AR(1). Сравнение с оценками наименьших квадратов, АОЭ.
4. Схема засорения данных одиночными грубыми выбросами. Функционалы влияния, теорема об их существовании и вычислении.
5. Функционалы влияния и чувствительности оценок наименьших квадратов и наименьших модулей в авторегрессии. Оценки с конечной чувствительностью для среднего, для параметра авторегрессии AR(1).
6. Оценки наименьших квадратов в стационарной AR(p) – аимптотическая норвмальность.
7. Проверка гипотез о размерности авторегрессии.
8. GM-оценки в AR(p), асимптотические свойства (обзор).

*Экзамен состоит из письменной работы и устного собеседования в соответствии с приведенной программой.*

Пример письменной работы.

1. Наблюдаются значения процесса MA(2) c ненулевым средним. По этим значениям строится эмпирическое среднее. Сходится ли оно в с.к. к истинному среднему? Сходится ли п.н.? Является ли асимптотически нормальным?
2. Наблюдается MA(1) процесс с неизвестным параметром a. Выписать уравнение максимального правдоподобия для оценивания параметра a.
3. Наблюдается строго стационарный дискретный процесс с сильным перемешиванием и конечным неизвестным средним. Наблюдения содержат одиночные грубые выбросы (схема Мартина-Йохаи). Оценкой среднего берется выборочная медиана. Каковы функционал влияния и чувствительность оценки? Одномерное распределение процесса имеет ограниченную и непрерывную Лебегову плотность f, f(0)>0.
4. В стационарной AR(3) модели проверяется гипотеза о равенстве нулю двух последних параметров. Описать тест для такой гипотезы, основанный на оценках наименьших квадратов. Против каких альтернативах состоятелен этот тест?
5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Основная литература

1.Brockwell P., Davis R.A., Time Series: Theory and Methods, New York, Springer-Verlag, 1987.

2. Ширяев А.Н., Вероятность, изд. 2-ое, перераб. и доп., М., Наука, 1989.

3. Ширяев А.Н., Основы стохастической финансовой математики. Факты. Модели, М., Фазис, 1998.

4. Болдин М.В.,., Симонова Г.И.. Тюрин Ю.Н., Знаковый статистический анализ линейных моделей,М.,

НАУКА, 1997.

5. Андерсон Т., Статистический анализ временных рядов, М.. Мир, 1976.

Дополнительная литература

1. Koul H.L., Weighted empiricals and linear models, IMS, Hayward, v/ 21, 1992.
2. Martin R.D., Yohai V.J., Influence Fanctionals for Time Series, Ann. Statist., v. 14, p. 781-818, 1986.
3. Boldin M.V., On empirical processes in heteroscedastic time series and their use for

hypothesis testing and estimation, Math. Methods Statist., v/ 63., p. 49-59, 2002/

1. Болдин М.В., Робастность знаковых тестов для гипотез о порядке авторегрессии, Теория вероятн.

и ее примен.,т. 57, в. 4, с.1-10, 2012.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html