**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Избранные главы математической статистики.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ. «Основы современной статистики»
2. Преподаватель – проф. В.Г. Спокойный
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов курс посвящен современной теории параметрической статистики. Изучаются общая теория и методы параметрической статистики, основанные на расширении метода максимума правдоподобия на непараметрический случай, предлагается общий подход, позволяющий включить случаи мисспецификации параметрического предположения, малых объемов выборок и высокой размерности параметрического множества.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Метод максимума правдоподобия. Примеры |
| Тема 2 | Линейные модели и квадратичность логарифма функции правдоподобия |
| Тема 3 | Теорема Фишера и Теорема Вилкса для линейных моделей. Доверительные множества |
| Тема 4 | Мисспецификация модели. Смещение и риск. |
| Тема 5 | Метод бутстрепа для построения доверительных множеств |
| Тема 6 | Метод пенализации и регуляризации в линейном параметрическом оценивании |
| Тема 7 | Регрессионные модели |
| Тема 8 | Семипараметрическое оценивание. Теорема Гаусса-Маркова. Неравенство Крамера-Рао. Процедуры альтернации |
| Тема 9 | Обобщенные линейные модели и обобщенная регрессия |
| Тема 10 | Байесовское оценивание. Сопряженные априорные распределения |
| Тема 11 | Байесовское оценивание. Линейные модели и гауссовские априорные распределения |
| Тема 12 | Нелинейные модели регрессии |
| Тема 13 | Проверка гипотез. Теорема Неймана-Пирсона |
| Тема 14 | Проверка гипотез. Тест максимума правдоподобия. Случай монотонной функции правдоподобия |
| Тема 15 | Тест максимума правдоподобия в линейных моделях. |
| Тема 16 | Дисперсионный и корреляционный анализ |
| Тема 17\* | Непараметрические тесты |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к зачету)*

1. Метод максимума правдоподобия для линейных моделей.
2. Экспоненциальные семейства и свойства оценок максимума правдоподобия (ОМП). Случаи естественной и канонической параметризации.
3. Модели с квадратичным логарифмом функции правдоподобия и свойства ОМП.
4. Виды мисспецификации линейной модели и свойства ОМП при нарушении параметрической гипотезы.
5. Доверительные множества, основанные на функции правдоподобия.
6. Метод бутстрепа для нахождения ширины доверительного множества.
7. Методы регуляризации в линейных моделях. Смещения и дисперсия пенализированных оценок. Доверительные множества.
8. Регрессионные модели. Регулярный и ортогональный план. Примеры выбора базиса. Оценивание и доверительные множества для вектора коеффициентов и для функции отклика.
9. Обобщенные линейные модели. Примеры. Пуассоновские, экспоненциальные, двоичные модели. Построение и вычисление ОМП.
10. Семипараметрическое оценивание. Теорема Гаусса-Маркова. Неравенство Крамера-Рао.
11. Процедуры альтернирования для вычисления ОМП в семипараметрических моделях. Сходимость метода.
12. Байесовское оценивание. Формула Байеса. Примеры вычисления апостериорной вероятности. Сопряженные априорные меры. Экспоненциальные семейства.
13. Априорное распределение для линейных моделей и гауссовских априорных мер. Байесовские доверительные множества. Сравнение Байесовских доверительных множеств и множеств, построенных по функции правдоподобия.
14. Вычисление ОМП в нелинейных моделях регрессии. Свойства ОМП при мисспецификации модели.
15. Проверка простой гипотезы и теорема Неймана-Пирсона.
16. Одно и двухсторонние тесты для монотонной функции правдоподобия.
17. Проверка линейной гипотезы в линейных моделях. Тест максимума правдоподобия. Свойства теста в гауссовском случае.
18. Методы бутстрепа для калибровки теста максимума правдоподобия в случае неизвестного распределения ошибок.
19. Тест максимума правдоподобия в задачах дисперсионного и корреляционного анализа.
20. Тест Колмогорова-Смирнова. Асимптотическое поведение.
21. Хи-квадрат тест для проверки простой гипотезы. Асимптотическое поведение и калибрация методами бутстрепа.

*Экзаменационные билеты (билеты к устному зачету) формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка и одной задачи (В), примеры задач см. далее.*

Образцы билетов.

Билет №1.

А. Метод максимума правдоподобия для линейных моделей

Б. Процедуры альтернирования для вычисления ОМП в семипараметрических моделях. Сходимость метода.

В. Найдите OMП и максимум правдоподобия для модели Пуассона.

Билет №2.

А. Экспоненциальные семейства и свойства оценок максимума правдоподобия (ОМП). Случаи естественной и канонической параметризации.

Б. Байесовское оценивание. Формула Байеса. Примеры вычисления апостериорной вероятности. Сопряженные априорные меры. Экспоненциальные семейства.

В. Опишите ОМП и величину максимума правдоподобия в квадратичных моделях.

Билет №3

А. Виды мисспецификации линейной модели и свойства ОМП при нарушении параметрической гипотезы.

Б. Проверка простой гипотезы и теорема Неймана-Пирсона.

В. Опишите апостериорное распределение для модели гауссовской регрессии с гауссовским априорным распределением.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Основная литература:

1) А.А.Боровков, Математическая статистика, Наука, 1984.

2) V. Spokoiny, T. Dickhaus. Basics of modern mathematical statistics. Springer Text in Statistics, 2015.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html