**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Стохастические модели в исследовании операций и финансах.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ИССЛЕДОВАНИИ ОПЕРАЦИЙ И ФИНАНСАХ.«Дискретные экономико-математические модели»
2. Преподаватель – доц. Б.В. Гладков
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов посвящен применению теории графов в оптимизационных задачах экономики, изучаются основные понятия и теоремы теории графов, вопросы дискретной оптимизации на графах и др.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Граф, простой граф, подграф, орграф, мультиграф, примеры. Лемма о сумме степеней вершин в графе (лемма о рукопожатиях). Число нечетных вершин произвольного графа |
| Тема 2 | Изоморфизм графов. Геометрическая реализация графа. Укладка графа. Теорема об укладке произвольного графа в . Плоские и планарные графы. Пример графа, не являющегося планарным. |
| Тема 3 | Пустой, полный графы. Объединение графов. Маршруты, цепи, циклы. Связанность вершин графа, два определения связности графа и их эквивалентность. Разбиение графа на компоненты связности. |
| Тема 4 | Числовые функции на ребрах и вершинах графа, экономические задачи, с ними связанные. Примеры. Понятие алгоритма на графе, примеры. |
| Тема 5 | Различные способы задания графов. Матрица смежности, использование матрицы связности для нахождения числа маршрута заданной длины между двумя вершинами графа. Матрица инциденций, матрица стоимостей. |
| Тема 6 | Числовые функции на ребрах и вершинах графа (орграфа). Операция «срезка» функции вдоль ребра графа. , экономические задачи, с ними связанные. Примеры. Понятие алгоритма на графе, примеры. |
| Тема 7 | Экономические задачи, сводящиеся к задачам о нахождении кратчайшего маршрута между вершинами графа. Алгоритм Форда для нахождения кратчайшего маршрута между вершинами графа. Лемма о предшественнице. |
| Тема 8 | Орграфы, изоморфизм огргафов. Основание орграфа, связность и сильная связность орграфа. Необходимость и достаточное условие ориентируемости графа (б/д). Полустепень исхода, полустепень захода. Источник и сток. Лемма о рукопожатиях для орграфа. Основное тождество для числовой функции на дугах орграфа. |
| Тема 9 | Транспортная сеть. Разрез, пропускная способность дуги и разреза. Минимальный разрез. Поток в транспортной сети, величина потока, пополнение потока, максимальный поток. Экономические задачи, сводящиеся ку задаче о нахождении максимального потока в транспортной сети. |
| Тема 10 | Лемма, задающая соотношение, связывающее величину потока с суммами потока по дугам, входящим в множество вершин, содержащие сток. Связь между величиной любого потока (максимального потока) и пропускной способности любого разреза (минимального разреза). |
| Тема 11 | Теорема Форда-Фалкерсона (формулировка). Как следствие равенство величины некоторого потока и пропускной способности некоторого разреза. Две леммы о пополнении потока. Формулировка леммы, задающей необходимое и достаточное условие максимальности потока. |
| Тема 12 | Доказательство теоремы Форда-Фалкерсона с помощью указанной леммы. Изложение алгоритма Форда-Фалкерсона. |
| Тема 13 | Деревья и леса. Характеристические свойства дерева, (б/д). Остовное дерево. Число остовных деревьев полного графа с n вершинами (б/д). |
| Тема 14 | Экономические задачи, сводящиеся к задаче поиска минимального остовного дерева. Алгоритм поиска минимального остовного дерева произвольного графа (алгоритм Краскала, идея док-ва) |
| Тема 15 | Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Необходимые и достаточные условия существования эйлеровой и полуэйлеровой цепи. |
| Тема 16 | Алгоритм нахождения эйлеровой цепи в эйлеровом графе (алгоритм Флери, идея док-ва) |
| Тема 17\* | Задача почтальона, независимость суммарной длины оптимального маршрута почтальона от выбора начальной вершины маршрута. Задача о нахождении гамильтонова цикла наименьшей длины (задача коммивояжера), общая задача коммивояжера, их связь. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к устному зачету)*

1. Граф, простой граф, подграф, орграф, мультиграф, примеры. Лемма о сумме степеней вершин в графе (лемма о рукопожатиях). Число нечетных вершин произвольного графа

2. Изоморфизм графов. Геометрическая реализация графа. Укладка графа. Теорема об укладке произвольного графа в . Плоские и планарные графы. Пример графа, не являющегося планарным.

3. Пустой, полный графы. Объединение графов. Маршруты, цепи, циклы. Связанность вершин графа, два определения связности графа и их эквивалентность. Разбиение графа на компоненты связности.

4. Числовые функции на ребрах и вершинах графа, экономические задачи, с ними связанные. Примеры. Понятие алгоритма на графе, примеры.

5. Различные способы задания графов. Матрица смежности, использование матрицы связности для нахождения числа маршрута заданной длины между двумя вершинами графа. Матрица инциденций, матрица стоимостей.

6. Числовые функции на ребрах и вершинах графа (орграфа). Операция «срезка» функции вдоль ребра графа. , экономические задачи, с ними связанные. Примеры. Понятие алгоритма на графе, примеры.

7. Экономические задачи, сводящиеся к задачам о нахождении кратчайшего маршрута между вершинами графа. Алгоритм Форда для нахождения кратчайшего маршрута между вершинами графа. Лемма о предшественнице.

8. Орграфы, изоморфизм огргафов. Основание орграфа, связность и сильная связность орграфа. Необходимость и достаточное условие ориентируемости графа (б/д). Полустепень исхода, полустепень захода. Источник и сток. Лемма о рукопожатиях для орграфа. Основное тождество для числовой функции на дугах орграфа.

9. Транспортная сеть. Разрез, пропускная способность дуги и разреза. Минимальный разрез. Поток в транспортной сети, величина потока, пополнение потока, максимальный поток. Экономические задачи, сводящиеся ку задаче о нахождении максимального потока в транспортной сети.

10. Лемма, задающая соотношение, связывающее величину потока с суммами потока по дугам, входящим в множество вершин, содержащие сток. Связь между величиной любого потока (максимального потока) и пропускной способности любого разреза (минимального разреза).

11. Теорема Форда-Фалкерсона (формулировка). Как следствие равенство величины некоторого потока и пропускной способности некоторого разреза. Две леммы о пополнении потока. Формулировка леммы, задающей необходимое и достаточное условие максимальности потока.

12. Доказательство теоремы Форда-Фалкерсона с помощью указанной леммы. Изложение алгоритма Форда-Фалкерсона.

13. Деревья и леса. Характеристические свойства дерева, (б/д). Остовное дерево. Число остовных деревьев полного графа с n вершинами (б/д).

14. Экономические задачи, сводящиеся к задаче поиска минимального остовного дерева. Алгоритм поиска минимального остовного дерева произвольного графа (алгоритм Краскала, идея док-ва)

15. Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Необходимые и достаточные условия существования эйлеровой и полуэйлеровой цепи.

16. Алгоритм нахождения эйлеровой цепи в эйлеровом графе (алгоритм Флери, идея док-ва)

17. Задача почтальона, независимость суммарной длины оптимального маршрута почтальона от выбора начальной вершины маршрута. Гамильтоновы и полугамильтоновы графы. Гамильтоновы циклы и полугамильтоновы цепи. Достаточное условие существования гамильтонова цикла (б/д).

18. Задача о нахождении гамильтонова цикла наименьшей длины (задача коммивояжера), общая задача коммивояжера, их связь.

*Экзаменационные билеты (билеты к устному зачету) формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка, примеры см. далее.*

Образцы билетов.

Билет №1.

А. Изоморфизм графов. Геометрическая реализация графа. Укладка графа. Теорема об укладке произвольного графа в . Плоские и планарные графы. Пример графа, не являющегося планарным.

Б. Деревья и леса. Характеристические свойства дерева, (б/д). Остовное дерево. Число остовных деревьев полного графа с n вершинами (б/д).

Билет №2.

А. Экономические задачи, сводящиеся к задачам о нахождении кратчайшего маршрута между вершинами графа. Алгоритм Форда для нахождения кратчайшего маршрута между вершинами графа. Лемма о предшественнице.

Б. Задача почтальона, независимость суммарной длины оптимального маршрута почтальона от выбора начальной вершины маршрута. Гамильтоновы и полугамильтоновы графы. Гамильтоновы циклы и полугамильтоновы цепи. Достаточное условие существования гамильтонова цикла (б/д).

Билет №3.

А. Транспортная сеть. Разрез, пропускная способность дуги и разреза. Минимальный разрез. Поток в транспортной сети, величина потока, пополнение потока, максимальный поток. Экономические задачи, сводящиеся ку задаче о нахождении максимального потока в транспортной сети.

Б. Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Необходимые и достаточные условия существования эйлеровой и полуэйлеровой цепи.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Основная литература:

1. Куфман А. Введение в прикладную комбинаторику. М, Наука, 1975.

2. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. М., Мир, 1981.

3. Уилсон Р. Введение в теорию графов. М. Мир 1977.

Дополнительная литература:

4. Берж К. Теория графов и ее применения. М. ИЛ, 1962.

5. Оре О. Графы и их применения. М. Мир, 1965.

6. Оре О. Теория графов. М. Наука 1980.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html