**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): ТЕОРИЯ РИСКА И СТОХАСТИЧЕСКАЯ ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 5зачетных единицы, всего 180 часов, из которых 70 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (62 часа занятия лекционного типа, 8 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации),110 часов составляет самостоятельная работа студента.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, теория вероятностей, математическая статистика, теория случайных процессов, функциональный анализ, основы актуарной и финансовой математики
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, теории вероятностей, функционального анализа, математической статистики, теории случайных процессов и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам\* (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 2 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 3 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 4 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 6 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 7 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 8 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 9 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 10 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 11 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 12 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 13 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 14 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 15 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 16 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 17 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 18 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 19 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 20 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 21 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 22 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 23 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 24 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 25 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 26 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 27 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 28 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 29 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 30 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 31 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 32 | 2 |  |  |  |  |  | 0 | 2 |  | 2 |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 24 |  |  |  |  | 2 | 2 | 22 |  | 22 |
| **Итого** | 180 | 62 |  |  |  | 8 | 70 | 110 |  | 110 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «незачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсовинформационно-телекоммуникационнойсети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. УКРУПНЕННОЕ НАЗВАНИЕ СПЕЦКУРСА. ТЕОРИЯ РИСКА И СТОХАСТИЧЕСКАЯ ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА
2. Преподаватель – проф. Е.В. Булинская, асс. А.А. Каменов
3. Аннотация курса: классификация рисков, методы сравнения рисков, частичный и полный порядок, порядок с вероятностью 1, стохастический порядок, порядок стоп-лосс и другие более сильные и слабые порядки, страховой риск и методы его перераспределения

(сострахование и перестрахование), тарифные принципы, статические и динамические модели риска, их сравнение, теория достоверности как метод исследования неоднородных страховых портфелей.

1. Тематическое содержание курса

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Классификация рисков. Риски, подлежащие страхованию. Основные принципы страховой деятельности. Различия между страхованием жизни и не жизни. Методы перераспределения рисков. |
| Тема 2 | Сравнение рисков – одна из основных задач актуариев. Анализ средних-дисперсий. Ожидаемая полезность. Частичный и полный порядок. Классы, порождающие порядок. Некоторые полезные свойства отношений порядка. |
| Тема 3 | Стохастический порядок, эквивалентные определения и свойства. Порядок с вероятностью 1 и его связь со стохастическим порядком. |
| Тема 4 | 4 эквивалентных определения стоп-лосс порядка. Достаточные условия для стоп-лосс порядка. |
| Тема 5 | Свойства инвариантности стоп-лосс порядка (слабая сходимость, суммирование независимых слагаемых, смесь распределений, суммирование случайного числа слагаемых, взвешивание по параметру). Сравнение биномиального, пуассоновского и отрицательно биномиального распределений с помощью стоп-лосс порядка. |
| Тема 6 | Порядки сильнее и слабее стохастического (порядок отношения правдоподобия, стоп-лосс порядок степени n и экспоненциальный порядок). Порядок Лоренца и порядки, связанные со смертностью. |
| Тема 7 | Чистая премия и страховая нагрузка. Тарифные принципы (среднего, дисперсии, среднеквадратический, нулевой полезности, голландский принцип, премия Эсшера, швейцарский принцип и принцип Орлича). Их связь со стохастическим порядком. |
| Тема 8 | Обобщенный принцип среднего, необходимые и достаточные условия. Аксиома аддитивности и экспоненциальная премия. Цена морального риска. |
| Тема 9 | Индивидуальная и коллективная модели риска. Переход от индивидуальной модели к соответствующей коллективной. Сравнение биномиальной, пуассоновской и отрицательно биномиальной моделей. |
| Тема 10 | Наиболее часто используемые распределения для размеров требований и числа происшествий. Методы получения новых распределений. Масштабная инвариантность. Классы (a,b,m). Формулы Панджера для суммарного риска. |
| Тема 11 | Динамические модели риска Крамера-Лундберга и Спарре Андерсена. Неравенство Лундберга для вероятности разорения и подсчет премии. |
| Тема 12 | Неоднородный портфель страховой компании. Пример Норберга. Американская достоверность или теория ограниченных флуктуаций. Оценка коэффициента достоверности и полная достоверность. |
| Тема 13 | Современная или европейская достоверность. Точная достоверность. Пример Джевелла. Оценка структурных параметров в модели Бюлмана с n контрактами. |
| Тема 14 | Почему для любой страховой компании необходимо перестрахование. Ведущие игроки на рынке перестрахования. Связь между актуарной и финансовой математикой. |
| Тема 15 | Пропорциональное перестрахование. Квотное и эксцедентное перестрахование. Преимущества и недостатки. Финансовые и экономические условия. |
| Тема 16 | Непропорциональное перестрахование. Эксцедент убытка по риску и происшествию, эксцедент убыточности. Преимущества и недостатки. Финансовые и экономические условия. |
| Тема 17 | Программы перестрахования. Оптимальность перестрахования с точки зрения цедента и перестраховщика. |
| Тема 18 | Модель финансового рынка. Самофинансируемые стратегии. Формула капитала. Дисконтирование. |
| Тема 19 | Понятие безарбитражного рынка. Эквивалентность трёх определений безарбитражности. Определение мартингала. Разложение Дуба. |
| Тема 20 | Определения локального мартингала, мартингального преобразования, обобщенного мартингала. Их эквивалентность. Достаточное условие, когда локальный мартингал является мартингалом. |
| Тема 21 | Абсолютная эквивалентность и непрерывность вероятностных мер. Формула пересчёта условных математических ожиданий. Процесс плотности вероятностных мер и его свойства. |
| Тема 22 | Лемма о выборе случайной сходящейся подпоследовательности. Теорема Крепса-Яна. Первая фундаментальная теорема финансовой математики. |
| Тема 23 | Модель Кокса-Росса-Рубинштейна. Эквивалентная мартингальная модель в ней. Гауссовские модели. Теорема Гирсанова в дискретном времени. Преобразование Эшера и его связь с эквивалентными мартингальными мерами. |
| Тема 24 | Понятие хеджирования, верхних и нижних цен. Цена воспроизводимого платежного обязательства. |
| Тема 25 | Формулировка второй фундаментальной теоремы финансовой математики (основной и расширенный варианты). Доказательство необходимости. |
| Тема 26 | Цена Европейского платежного обязательства на полном рынке. Цены фьючерсных и форвардных контрактов на полном рынке. Европейские опционы колл и пут. Цена в модели с дискретным временем на полном рынке. Формула Блэка-Шоулса. |
| Тема 27 | Хеджирование европейских платежных обязательств на неполном рынке. |
| Тема 28 | Американские платежные обязательства. Связь цены и огибающей Снелла на полном рынке. Теорема Дуба об остановке. Мартингальный и марковский подходы к решению задач об оптимальной остановке. |
| Тема 29 | Американские платежные обязательства на неполном рынке. Хеджирование со среднеквадратичным критерием. Хеджирование с максимальной долей успеха. |
| Тема 30 | Задача оптимального инвестирования |
| Тема 31 | Методы Монте-Карло. Ускорение сходимости. |
| Тема 32 | Метод Лонгстаффа-Шварца оценки Американских опционов. |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Вопросы к экзамену*

1. Риск, подлежащий страхованию. Виды страхования. Основные принципы страховой деятельности.

2. Функции полезности. Частичное и полное упорядочивание рисков. Классы функций, порождающие порядок.

3. Стохастическое доминирование. Эквивалентные определения. Свойства инвариантности.

4. Связь стохастического порядка и порядка с вероятностью 1. Достаточные условия стохастического порядка.

5. Порядок стоп-лосс. Эквивалентные определения.

6. Свойства инвариантности стоп-лосс порядка.

7. Достаточные условия стоп-лосс порядка. Сравнение биномиального, пуассоновского и отрицательно биномиального распределений.

8. Стоп-лосс порядок степени n и порядки сильнее стохастического.

9. Принципы подсчета страховых премий, страховая надбавка.

10. Премии Эсшера и экспоненциальный порядок. Какие принципы подсчета премий сохраняют упорядочивание рисков.

11. Условия применимости принципа обобщенного среднего.

12. Аксиома аддитивности и экспоненциальная премия.

13. Динамическая модель коллективного риска Крамера-Лундберга. Вероятность разорения.

14. Неравенство Лундберга. Выбор показателя экспоненты в страховой премии.

15. Индивидуальная и коллективная модели риска. Переход от индивидуальной модели к соответствующей коллективной.

16. Классы (a,b,m), m=0,1. Формула Панджера.

17. Сравнение биномиальной, пуассоновской и отрицательно биномиальной моделей коллективного риска.

18. Распределения размера отдельного иска и числа происшествий.

19. Виды перестрахования и различные механизмы.

20. Пропорциональное перестрахование, его виды. Преимущества и недостатки.

21. Финансовые и экономические условия пропорционального перестрахования.

22. Непропорциональное перестрахование, его виды. Преимущества и недостатки.

23. Методы подсчета премий непропорционального перестрахования. Добавочные премии.

24. Программы перестрахования.

25. Оптимальный договор перестрахования с точки зрения цедента.

26. Американская достоверность или принцип ограниченных флуктуаций. Пример Норберга.

27. Современная или европейская достоверность. Наилучшее приближение чистой премии неоднородного портфеля в смысле среднего квадратичного.

28. Точная достоверность - пример Джевелла.

29. Модель Бюлмана с одним контрактом.

30. Асимптотическое поведение оценки линейной достоверности при росте числа лет наблюдения.

31. Модель Бюлмана с несколькими контрактами.

32. Оценка структурных параметров.

33. Модель финансового рынка. Самофинансируемые стратегии. Формула капитала. Понятие безарбитражного рынка.

34. Эквивалентность трёх определений безарбитражности. Определение мартингала. Разложение Дуба.

35. Эквивалентность определений локального мартингала. Достаточное условие мартингальности.

36. Процесс плотности вероятностных мер и его свойства.

37. Первая фундаментальная теорема финансовой математики.

38. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна. Эквивалентная мартингальная модель в ней.

39. Гауссовские модели. Теорема Гирсанова в дискретном времени.

40. Вторая фундаментальная теорема финансовой математики. Доказательство необходимости.

41. Цена Европейского платежного обязательства на полном рынке.

42. Формула Блэка-Шоулса.

43. Американские платежные обязательства. Огибающая Снелла.

44. Теорема Дуба об остановке. Мартингальный и марковский подходы к решению задач об оптимальной остановке.

45. Задача оптимального инвестирования

46. Способы ускорения сходимости в методе Монте-Карло.

47. Метод Лонгстаффа-Шварца оценки Американских опционов.

*Экзаменационные билеты (билеты к устному зачету) формируются в виде двух вопросов (А и Б) из указанного списка и одной задачи, примеры задач см. далее.*

Примеры билетов

**Билет 1**.

А) Риск, подлежащий страхованию. Виды страхования. Основные принципы страховой деятельности.

Б) Точная достоверность - пример Джевелла.

Задача. Найти производящую функцию моментов для суммарного ущерба в модели коллективного риска, его математическое ожидание и дисперсию.

**Билет 2.**

А) Порядок стоп-лосс. Эквивалентные определения.

Б) Оптимальный договор перестрахования с точки зрения цедента.

Задача. Выписать преобразованное показательное распределение, обратное и преобразованное обратное.

**Билет 3.**

А) Сравнение биномиальной, пуассоновской и отрицательно биномиальной моделей коллективного риска.

Б) Пропорциональное перестрахование, его виды. Преимущества и недостатки.

Задача. Проверить, что распределение обратное к логлогистическому также является логлогистическим.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

**Основная литература**

1. Е.В.Булинская. *Теория риска и перестрахование*, часть I, Изд-во мех-мат ф-та МГУ, 2001.
2. Е.В.Булинская. *Теория риска и перестрахование*, часть II, Изд-во мех-мат ф-та МГУ, 2006.
3. А.Н. Ширяев. *Основы стохастической финансовой математики*. В 2-х томах. М., МЦНМО, 2016.

**Дополнительная литература**

1. H.Buhlmann, A.Gisler. *A Course in Credibility Theory and its Applications*. Universitext. Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
2. F.E. de Vylder. *Advanced Risk Theory: A Self-contained Introduction*. Edition de l’Universite libre de Bruxelles – Swiss Association of Actuaries. Bruxelles, 1996.
3. H.Panjer, G.Willmot*. Insurance Risk Models*. Society of Actuaries. Chicago, 1992.
4. J.C. Hull. *Options, Futures, and Other Derivatives*. Prentice Hall, 2011.
5. S.E. Shreve. *Stochastic Calculus for Finance* I. Springer Finance, 2004.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<https://www.soa.org/member/>

http://www.actuaries.org/index.cfm

**.**