**Программа утверждена на заседании кафедры теории вероятностей**

**Протокол № 6 от 18 ноября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Избранные главы теории случайных процессов.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру и геометрию, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию случайных процессов, комплексный анализ, функциональный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ.«Случайные процессы в теории массового обслуживания»
2. Преподаватель - проф. Л.Г. Афанасьева
3. Аннотация курса: специальный курс для студентов включает в себя следующие разделы теории массового обслуживания: «Вероятностный аппарат теории массового обслуживания», «Процессы восстановления», «Одноканальная система с пуассоновским входящим потоком. Различные методы исследования» и др.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Процессы восстановления. Функция восстановления, эксцесс и дефект. Теорема Стейна. Уравнение восстановления. |
| Тема 2 | Асимптотические свойства функции восстановления. Элементарная теорема восстановления. Тождество Вальда. |
| Тема 3 | Теорема Блекуэлла в решетчатом случае. Предельное распределение дефекта и эксцесса в решетчатом случае. |
| Тема 4 | Узловая теорема восстановления. Эквивалентность узловой теоремы восстановления и теоремы Блекуэлла. Непосредственная интегрируемость по Риману. |
| Тема 5 | Стационарные процессы восстановления. Закон «0» или «1» Хьюитта-Сэвиджа. Теорема Блекуэлла в нерешетчатом случае. Предельное распределение дефекта и эксцесса в нерешетчатом случае. |
| Тема 6 | Предельные теоремы для процессов восстановления. Закон больших чисел для процесса восстановления. Центральная предельная теорема для процесса восстановления. |
| Тема 7 | Обрывающийся процесс восстановления. Определение, уравнение восстановления. Асимптотическое поведение решения уравнение восстановления, когда выполнено условие Крамера. |
| Тема 8 | Система обслуживания с пуассоновским входящим потоком и одним прибором (M/G/1). Процесс виртуального времени ожидания в системе M/G/1. Интегрально-дифференциальное уравнение. |
| Тема 9 | Условие существования стационарного распределения для M/G/1. Вид стационарного распределения, Формула Поллачека-Хинчина. |
| Тема 10 | Случайное блуждание на прямой. Верхние лестничные индексы и высоты. Связь с обрывающимися процессами восстановления. Асимптотическое поведение случайного блуждания на прямой при наличии математического ожидания скачка. |
| Тема 11 | Граничные функционалы на траекториях случайного блуждания. Система GI/G/1. Связь времени ожидания со случайным блужданием. Эргодическая теорема для системы GI/G/1. |
| Тема 12 | Регенерирующие случайные процессы. Два определения: их эквивалентность. Примеры регенерирующих процессов. |
| Тема 13 | Теорема Смита для апериодических регенерирующих процессов. Приложения к теории массового обслуживания. Эргодическая теорема для многоканальной системы GI/G/r. |
| Тема 14 | Асимптотика времени до появления редкого события в регенерирующих случайных процессах. Приложения к теории очередей и теории надежности. Асимптотика времени безотказной работы сложной системы с быстро восстанавливающимися приборами. |
| Тема 15 | Случайные потоки. Пуассоновский поток. Рекуррентный поток. Дважды стохастический пуассоновский поток. Определение и основные свойства. |
| Тема 16 | Регенерирующие потоки. Определение и примеры. Свойства регенерирующего потока. |
| Тема 17\* | Асимптотический анализ одноканальной системы с регенерирующим потоком. Условие эргодичности системы Reg/G/1. Примеры таких систем. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

*Программа экзамена (или вопросы к устному зачету)*

1. Процессы восстановления. Функция восстановления, эксцесс и дефект. Теорема Стейна.
2. Уравнение восстановления.
3. Элементарная теорема восстановления.
4. Тождество Вальда.
5. Теорема Блекуэлла в решетчатом случае.
6. Предельное распределение дефекта и эксцесса в решетчатом случае.
7. Узловая теорема восстановления. Эквивалентность узловой теоремы восстановления и теоремы Блекуэлла.
8. Закон «0» или «1» Хьюитта-Сэвиджа.
9. Теорема Блекуэлла в нерешетчатом случае.
10. Предельное распределение дефекта и эксцесса в нерешетчатом случае.
11. Закон больших чисел для процесса восстановления.
12. Центральная предельная теорема для процесса восстановления.
13. Обрывающийся процесс восстановления. Определение, уравнение восстановления.
14. Асимптотическое поведение решения уравнение восстановления, когда выполнено условие Крамера.
15. Процесс виртуального времени ожидания в системе M/G/1. Интегрально-дифференциальное уравнение.
16. Условие существования стационарного распределения для M/G/1. Вид стационарного распределения, Формула Поллачека-Хинчина.
17. Случайное блуждание на прямой. Верхние лестничные индексы и высоты. Связь с обрывающимися процессами восстановления.
18. Асимптотическое поведение случайного блуждания на прямой при наличии математического ожидания скачка.
19. Система GI/G/1. Связь времени ожидания со случайным блужданием.
20. Эргодическая теорема для системы GI/G/1.
21. Регенерирующие случайные процессы. Два определения: их эквивалентность.
22. Теорема Смита для апериодических регенерирующих процессов.
23. Эргодическая теорема для многоканальной системы GI/G/r.
24. Асимптотика времени до появления редкого события в регенерирующих случайных процессах.
25. Асимптотика времени безотказной работы сложной системы с быстро восстанавливающимися приборами.
26. Случайные потоки. Пуассоновский поток. Рекуррентный поток.
27. Дважды стохастический пуассоновский поток. Определение и основные свойства.
28. Регенерирующие потоки. Определение и примеры.
29. Свойства регенерирующего потока.
30. Условие эргодичности системы Reg/G/1. Примеры таких систем.

*Примеры задач.*

* 1. Пользуясь методом урезания доказать элементарную теорему восстановления в случае, когда среднее время между восстановлениями равно бесконечности.
  2. Доказать усиленный закон больших чисел для процесса восстановления.
  3. Установить, что моменты освобождения системы M/G/1 являются точками регенерации процесса виртуального времени ожидания. Показать, что это неверно для общей системы GI/G/1.

*Темы для самостоятельной работы.*

1. Граничные функционалы на траекториях случайного блуждания. Факторизационные тождества.
2. Связь распределения времени ожидания и числа требований в системе G/G/1.
3. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Перечень литературы:

1. Л.Г. Афанасьева, Е.В. Булинская. Случайные процессы в теории массового обслуживания и управления запасами. МГУ, 1980.
2. Д. Кокс, В. Смит. Теория восстановления. «Советское радио», Москва, 1967.
3. J. Grandell, Doubly stochastic Poisson processes. Springer, Berlin, 1976.
4. S. Asmussen. Applied Probability and Queues. Wiley, Chichester, 1987.
5. А.А. Боровков. Вероятностные процессы в теории массового обслуживания. Москва, «Наука», 1972.

6. Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. Введение в теорию массового обслуживания. Москва, Ком. Книга, 2005.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

http://lib.mexmat.ru/

<http://elibrary.ru/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.ams.org/mathscinet/>

http://new.math.msu.su/department/probab/index-k.html