Вариант 1

1. Теорема о баллотировке.

2. Точка (a,b) случайно бросается в квадрат $[0,h]\times[0,h]$. Найти вероятность, что уравнение $x^2+ax+2b=0$ имеет действительные корни.

3. Среди покупателей магазина 60% женщин, 30% мужчин, 10% детей. Найти вероятность того, что среди 4 случайно выбранных покупателей найдется хотя бы один мужчина и хотя бы один ребенок.

4. На ежегодную вечеринку приглашены 12 человек, причем каждый из них может прийти с вероятностью 0,7 независимо от других. Найти наиболее вероятное число гостей и его вероятность.

5. С конвейера поступили 5 деталей. Вероятность брака для каждой детали равна 0,1. Детали проверяют одну за другой, пока не наберут 3 годных или пока они не кончатся. Найти распределение числа проверенных деталей.

6. Плотность распределения случайной величины ξ равна $p_\xi(x)$. Вычислить константу C, функцию распределения F(x), вероятность P(A) и плотность η, если:

$$p_\xi(x)=\begin{cases} C/(8-x), & x\in[-2,3] \\ 0, & x\notin[-2,3] \end{cases},\ A=\{2<\xi<5\},\ \eta=e^{\xi+2}.$$

Вариант 2

1. Задача об оценке числа рыб в озере.

2. Задача о независимости испытаний Бернулли.

3. Два аудитора проверяют 6 фирм (по 3 каждый), у трех из которых имеются нарушения. Вероятность обнаружения нарушений первым аудитором равна 0,7, вторым – 0,9. Найти вероятность того, что все фирмы-нарушители будут выявлены.

4. Курс акции за день растет или падает на 1 пункт равновероятно. Найти вероятность того, что за 10 дней торгов курс поднимется на 2 пункта.

5. Среди 12 деталей – 6 нужного размера. Детали извлекают поочередно, пока не найдут 2 детали нужного размера или пока не будет сделано 5 проб. Найти распределение числа извлеченных деталей.

6. Случайная величина ξ имеет нормальное распределение с параметрами a=0 и σ=2. Найти плотность $\eta = 1/(1+\exp(\xi^3))$.

Вариант 3

1. Доказать формулу включения-исключения по индукции и применить к задаче о конвертах.

2. При каких значениях параметров *a, b, c* следующая функция

$$F(x)=\begin{cases} a+b\,arctg\,x, & x<0 \\ 3b+c\sin(\pi x), & 0\le x\le 1 \\ 1-\exp(-2x), & x>1 \end{cases}$$

является функцией распределения? Найти P([0,1)) и P((-1,2)).

3. Из урны, где было 6 белых и 4 черных шара, переложен вынутый наудачу шар в урну, содержащую 7 белых и 2 черных шара. После этого из второй урны был вынут шар, оказавшийся белым. Найти вероятность, что сначала был переложен белый шар.

4. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть не менее двух партий из четырех или не менее трех партий из пяти? Ничьи во внимание не принимаются.

5. Курс акции в течение дня торгов может подняться на один пункт с вероятностью 0,6, опуститься на один пункт с вероятностью 0,3, либо остаться неизменным с вероятностью 0,1. Найти распределение изменения цены акции за 2 дня.

6. Пассажир приходит в случайный момент на остановку, где может сесть на автобус, троллейбус или трамвай (смотря что придет раньше). Автобус ходит с интервалами 20 минут, троллейбус – 15 минут, трамвай – 10 минут. Для времени ожидания пассажира найти плотность распределения и вероятность, что придется ждать не более 5 минут.

Вариант 4

1. Теорема о баллотировке.

2. Точка (a,b) случайно бросается в квадрат $[0,h]\times[0,h]$. Найти вероятность, что уравнение $x^2+3ax+b=0$ имеет действительные корни.

3. Стрелок А поражает мишень с вероятностью 0,6, стрелок Б – с вероятностью 0,5 и стрелок В – с вероятностью 0,4. Стрелки дали залп по мишени, и две пули попали в цель. Что вероятнее: попал стрелок В или нет?

4. В люстре 3 лампы. Вероятность того, что они все перегорят в течение года, составляет 0,8%. Найти вероятность того, что в течение года перегорит ровно одна лампа.

5. С конвейера поступили 6 деталей. Вероятность брака для каждой детали равна 0,2. Детали проверяют одну за другой, пока не наберут 2 годных или пока они не кончатся. Найти распределение числа проверенных деталей.

6. Плотность распределения случайной величины ξ равна $p_\xi(x)$. Вычислить константу С, функцию распределения F(x), вероятность P(A) и плотность η, если:

$$p_\xi(x)=\begin{cases} C(x^2-1), & x\in[1,3] \\ 0, & x\notin[1,3] \end{cases},\quad A=\{2<\xi<5\},\ \eta=\sqrt{\xi+1}.$$

Вариант 5

1. Задача об оценке числа рыб в озере.

2. При каких значениях параметров *a, b, c* следующая функция

$$F(x)=\begin{cases} a+b\,arctg\,x, & x<0 \\ 5b+c\sin(\pi x), & 0\le x\le 2 \\ 1-\exp(-x), & x>2 \end{cases}$$

является функцией распределения? Найти P([0,1)) и P((-1,3)).

3. Два аудитора проверяют 8 фирм (по 4 каждый), у трех из которых имеются нарушения. Вероятность обнаружения нарушений первым аудитором равна 0,6, вторым – 0,8. Найти вероятность того, что все фирмы-нарушители будут выявлены.

4. Курс акции за день растет или падает на 1 пункт равновероятно. Найти вероятность того, что за 10 дней торгов курс поднимется на 6 пунктов.

5. Среди 13 деталей – 6 нужного размера. Детали извлекают поочередно, пока не найдут 3 детали нужного размера или пока не будет сделано 5 проб. Найти распределение числа извлеченных деталей.

6. Пассажир приходит в случайный момент на остановку, где может сесть на автобус или троллейбус (смотря что придет раньше). Автобус ходит с интервалами в 15 минут, троллейбус – 10 минут (независимо друг от друга). Для времени ожидания пассажира найти плотность распределения и вероятность, что придется ждать не более 5 минут.

Вариант 6

1. Доказать формулу включения-исключения по индукции и применить к задаче о конвертах.

2. Задача о независимости испытаний Бернулли.

3. Из урны, где было 10 красных, 6 желтых и 4 синих шара, вынут один шар. После этого из урны извлечены (без возвращения) 2 шара, оказавшиеся красным и желтым. При этом условии найти вероятность, что сначала был вынут синий шар.

4. Известно, что в среднем 2% деталей имеет дефекты. Сколько деталей надо проверить, чтобы с вероятностью 0,95 среди них оказалась хотя бы одна с дефектами? Найти наивероятнейшее число деталей с дефектами в этом случае.

5. Курс акции в течение дня торгов может подняться на один пункт с вероятностью 0,5, опуститься на один пункт с вероятностью 0,4, либо остаться неизменным с вероятностью 0,1. Найти распределение изменения цены акции за 2 дня.

6. Случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром λ=2. Найти плотность $\eta = \exp(-(\xi - 1)^3)$.