

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ ЛЕКЦИИ 9

9.1. Пусть X_1, \dots, X_n – независимые случайные величины. Найти плотность случайной величины $X_1 + \dots + X_n$, если

а) $X_k \sim \text{Exp}(\lambda)$, $k = 1, \dots, n$;

б) $X_k \sim N(a_k, \sigma_k^2)$, $k = 1, \dots, n$.

9.2. Пусть X, X_1, X_2, \dots – случайные величины, имеющие соответственно функции распределения $F_X(\cdot), F_{X_1}(\cdot), F_{X_2}(\cdot), \dots$. Доказать, что $X_n \xrightarrow{law} X$ тогда и только тогда, когда $F_{X_n}(x) \rightarrow F_X(x)$ во всех точках непрерывности функции $F_X(\cdot)$, $n \rightarrow \infty$.

9.3. Пусть $X \sim N(a, \sigma^2)$, где $\sigma > 0$. Доказать, что $(X - a)/\sigma \sim N(0, 1)$. Найти характеристическую функцию случайной величины $X \sim N(a, \sigma^2)$.

Было бы также полезно найти плотность распределения суммы независимых случайных величин X_1 и X_2 , каждая из которых равномерно распределена на отрезке $[-a, a]$.