ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ ЛЕКЦИИ 2

1. Доказать по индукции формулу

$$\mathsf{P}\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathsf{P}(A_i) - \sum_{1\le i<j\le n} \mathsf{P}(A_iA_j) + \sum_{1\le i<j<k\le n} \mathsf{P}(A_iA_jA_k) - \ldots + (-1)^{n-1}\mathsf{P}(A_1\ldots A_n).$$

Применить ее к задаче о случайном размещении n писем по n подписанным конвертам. Найти предел (при $n\to\infty$) вероятности того, что хотя бы одно письмо попало в нужный конверт.

2. Студент выучил из N экзаменационных билетов n. В очереди к столу с разложенными билетами перед ним стоит k человек. Какова вероятность того, что данный, т.е. $(k+1)$-й, студент возьмет известный ему билет?

Комментарий. Эта задача (иллюстрирующая формулу полной вероятности) основана на гипергеометрическом распределении, которое уже возникало на первом занятии при решении задачи о рыбах.

3. Вероятность для изделия некоторого производства удовлетворять стандарту равна $0,96$. Предлагается система контроля качества изделий, дающая положительный результат для изделий, удовлетворяющих стандарту, с вероятностью $0,98$, а для бракованных – с вероятностью $0,05$. Какова вероятность того, что изделие, успешно прошедшее контроль, удовлетворяет стандарту?

Комментарий. Решение этой задачи предполагает использование формулы Байеса.

Полезно было бы также решить задачу (на формулу полной вероятности) о двух сосудах с белыми и черными шарами. А именно, известно, сколько белых и черных шаров в каждом сосуде. Из первого сосуда вынимается шар (или несколько шаров) и перекладывается (без показывания) во второй сосуд. Какова вероятность после этого вынуть из второго сосуда черный шар?