

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ ЛЕКЦИИ 12

12.1. Построить пример серий независимых случайных величин (центрированных и с конечным вторым моментом), показывающий, что условие Линдеберга не является необходимым для справедливости центральной предельной теоремы.

12.2. Пусть $\varphi_X(\cdot)$ – характеристическая функция случайной величины X . Доказать, что если $\varphi^{(2k)}(0)$ существует для некоторого $k \in \mathbb{N}$, то $EX^{2k} < \infty$. Построить пример случайной величины X , для которой существует $\varphi'_X(0)$, но EX не существует.

12.3. Доказать, что функция

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 - t^2, & t \in [0, 1], \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

не является характеристической. Будет ли функция $\varphi(t) = \exp\{f(t) - 1\}$, $t \in \mathbb{R}$, характеристической, если $f(\cdot)$ – характеристическая функция (некоторой случайной величины)?