

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ ЛЕКЦИИ 11

11.1. Рассмотрим разбиение прямой на промежутки $I_k = (c_{k-1}, c_k]$, где $k = 1, 2, 3, 4$ и $-\infty = c_0 < c_1 < c_2 < c_3 < c_4 = \infty$ (формально полагаем $(c_3, c_4] := (c_3, \infty)$). Пусть функция $\varphi(t) = a_k t + b_k$ для $t \in I_k$, где $a_k, b_k \in \mathbb{R}$, $k = 1, 2, 3, 4$. Описать все a_k, b_k , где $k = 1, 2, 3, 4$, и c_1, c_2, c_3 , для которых функция φ является характеристической функцией некоторой вероятностной меры.

11.2. Доказать (теорема Поля), что четная неотрицательная функция φ является характеристической функцией некоторой вероятностной меры, если она непрерывна и выпукла на $[0, \infty)$, $\varphi(0) = 1$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0$.

11.3. Для $-\infty < a < b < \infty$ найти

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \sum_{a\sqrt{\lambda} + \lambda \leq k \leq b\sqrt{\lambda} + \lambda} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}.$$