

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ ЛЕКЦИИ 10

10.1. Являются ли характеристическими функции $(\cos t)^2$ и $\cos(t^2)$?

10.2. Распределение случайной величины X называется решетчатым с шагом $h > 0$, если для некоторого $a \in \mathbb{R}$ все значения X (с вероятностью единица) принадлежат множеству $\cup_{k \in \mathbb{Z}} \{a + kh\}$. Доказать, что распределение X решетчато тогда и только тогда, когда $|\varphi_X(t_0)| = 1$ для некоторого $t_0 \neq 0$.

10.3. Пусть X_1, X_2, \dots – независимые случайные величины такие, что $P(X_k = k^\alpha) = P(X_k = -k^\alpha) = 1/2$, где параметр $\alpha \in \mathbb{R}$ и $k \in \mathbb{N}$. Найти все α , для которых последовательность $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ удовлетворяет закону больших чисел (с нормировкой n). Будет ли это множество значений параметра совпадать с множеством всех α , для которых справедлив усиленный закон больших чисел?