Лекция 4. Случайные величины и их свойства

Доказательство леммы Бореля-Кантелли. Измеримые отображения. Доказательство того, что для $\mathcal{F}|\mathcal{B}$-измеримости отображения X достаточно потребовать, чтобы $X^{-1}(\mathcal{M}) \subset \mathcal{F}$, если $\sigma\{\mathcal{M}\} = \mathcal{B}$. Следствия для действительной случайной величины. Расширенные случайные величины. Композиция измеримых отображений. Борелевские функции. Объяснение того, что непрерывная функция (отображающая метрическое пространство в метрическое) является борелевской. Лемма, показывающая, что сумма, разность и произведение случайных величин (а также частное, если знаменатель отличен от нуля) являются случайными величинами. Теорема о том, что $\sup_{n\in\mathbb{N}} X_n$, $\inf_{n\in\mathbb{N}} X_n$, $\limsup_{n\in\mathbb{N}} X_n$, $\liminf_{n\in\mathbb{N}} X_n$ есть (вообще говоря, расширенные) случайные величины, а если (на Ω) существует $\lim_{n\in\mathbb{N}} X_n$, то он представляет собой случайную величину. Семейство независимых случайных величин. Теорема Ломницкого-Улама (без доказательства). Распределение случайной величины (случайного элемента).

ВОПРОСЫ, КОТОРЫЕ ВОЙДУТ В ЭКЗАМЕНАЦИОННУЮ ПРОГРАММУ

4.1. Доказательство леммы Бореля-Кантелли.

4.2. Измеримые отображения. Доказательство того, что для $\mathcal{F}|\mathcal{B}$-измеримости отображения X достаточно потребовать, чтобы $X^{-1}(\mathcal{M}) \subset \mathcal{F}$, если $\sigma\{\mathcal{M}\} = \mathcal{B}$. Свойства измеримых отображений. Распределение случайной величины (случайного элемента).