Лекция 2. Свойства вероятности. Условная вероятность. Независимость

Напоминание того, как вводится вероятность на дискретных пространствах. Схема Бернулли. Элементарные свойства вероятности ($\mathsf{P}(A \setminus B) = \mathsf{P}(A) - \mathsf{P}(B)$, если $B \subset A$, субаддитивность и др.). Вероятностная мера на алгебре подмножеств. Теорема, связывающая свойства конечной аддитивности, непрерывности и счетной аддитивности неотрицательной конечной функции, заданной на алгебре подмножеств некоторого множества. Теорема Каратеодори (формулировка). Условная вероятность. Пример. Формула полной вероятности. Пример (закон следования Лапласа). Формула Байеса. Пример. Независимость событий (в совокупности и попарная). Независимость систем множеств. Независимость σ-алгебр, порожденных независимыми π-системами. Лемма о независимости σ-алгебр $\{\varnothing, A_i, \overline{A}_i, \Omega\}$, $i = 1, \ldots, n$, когда независимы события $A_1, \ldots, A_n$. Формула Эйлера из теории чисел (эта формула будет доказана на лекции 3).

ВОПРОСЫ, КОТОРЫЕ ВОЙДУТ В ЭКЗАМЕНАЦИОННУЮ ПРОГРАММУ

2.1. Элементарные свойства вероятности. Вероятностная мера на алгебре подмножеств. Теорема, связывающая свойства конечной аддитивности, непрерывности и счетной аддитивности неотрицательной функции, заданной на алгебре подмножеств некоторого множества.

2.2. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Примеры применения.

2.3. Независимость событий (в совокупности и попарная). Независимость систем подмножеств Ω. Независимость σ-алгебр, порожденных независимыми π-системами. Лемма о независимости σ-алгебр $\{\varnothing, A_i, \overline{A}_i, \Omega\}$, $i = 1, \ldots, n$, когда независимы события $A_1, \ldots, A_n$. Формула Эйлера из теории чисел.