Лекция 13. Многомерное нормальное распределение

Центральная предельная теорема для последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин с конечной дисперсией (как следствие теоремы Линдеберга). Медленно меняющиеся функции. Необходимые и достаточные условия центральной предельной теоремы для независимых одинаково распределенных случайных величин (формулировка). Теорема Хелли. Пример последовательности функций распределения $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$, из которой нельзя выделить подпоследовательность, сходящуюся к функции распределения F на множестве $C(F)$ (точек непрерывности F). Лемма о характеризации слабой сходимости вероятностных мер на прямой в терминах сходимости их функций распределения на счетном всюду плотном подмножестве $\mathbb{R}$. Доказательство теоремы Прохорова для вероятностных мер на $(\mathbb{R},\mathcal{B}(\mathbb{R}))$. Характеристическая функция вероятностной меры на $(\mathbb{R}^n,\mathcal{B}(\mathbb{R}^n))$, характеристическая функция случайного вектора со значениями в $\mathbb{R}^n$. Многомерное нормальное (гауссовское) распределение $N(a,C)$, где $a\in\mathbb{R}^n$, C – симметричная и неотрицательно определенная матрица порядка n. Случай $C>0$ (положительная определенность), задание нормального распределения с помощью плотности.

ВОПРОСЫ, КОТОРЫЕ ВОЙДУТ В ЭКЗАМЕНАЦИОННУЮ ПРОГРАММУ

13.1. Центральная предельная теорема для последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин с конечной дисперсией (как следствие теоремы Линдеберга). Медленно меняющиеся функции. Необходимые и достаточные условия центральной предельной теоремы для независимых одинаково распределенных случайных величин (формулировка).

13.2. Теорема Хелли. Лемма о характеризации слабой сходимости вероятностных мер на прямой в терминах сходимости их функций распределения на счетном всюду плотном подмножестве $\mathbb{R}$. Доказательство теоремы Прохорова для вероятностных мер на $(\mathbb{R},\mathcal{B}(\mathbb{R}))$.

13.3. Характеристическая функция вероятностной меры на $(\mathbb{R}^n,\mathcal{B}(\mathbb{R}^n))$, характеристическая функция случайного вектора со значениями в $\mathbb{R}^n$. Многомерное нормальное (гауссовское) распределение $N(a,C)$, где $a\in\mathbb{R}^n$, C – симметричная и неотрицательно определенная матрица порядка n.