Лекция 12. Центральная предельная теорема

Лемма, содержащая неравенство $Q(x : |x| > 1/a) \le \frac{C}{a}\int_0^a (1 - Re\,\varphi(t))dt$, где $a > 0$, $\varphi(\cdot)$ – характеристическая функция вероятностной меры Q, а C – положительная константа. Критерий слабой сходимости вероятностных мер Q_n к вероятностной мере Q (из каждой последовательности Q_{n_k} можно извлечь подпоследовательность, которая слабо сходится к мере Q). Доказательство теоремы Леви, описывающей слабую сходимость вероятностных мер на языке характеристических функций. Пример, демонстрирующий существенность предположения (в теореме Леви) непрерывности в нуле предела характеристических функций. Проверка того, что $|\int_a^b z(t)dt| \le \int_a^b |z(t)|dt$, где $z(t), t \in [a,b]$, – непрерывная комплекснозначная функция ($a < b$). Лемма, дающая верхнюю оценку для

$$|e^{i\alpha} - 1 - i\alpha - \ldots - (i\alpha)^n/n!|, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Верхняя оценка величины $|\varphi_X(t) - 1 - it\mathsf{E}X - \ldots - (it)^n\mathsf{E}X^n/n!|$, где $t \in \mathbb{R}$ и $\varphi_X(\cdot)$ – характеристическая функция случайной величины X, для которой $\mathsf{E}|X|^n < \infty$ при некотором $n \in \mathbb{Z}_+$. Схема серий независимых случайных величин (центрированных и с конечными вторыми моментами). Пренебрежимая малость слагаемых. Доказательство теоремы Линдеберга. Формулировка теоремы Феллера.

ВОПРОСЫ, КОТОРЫЕ ВОЙДУТ В ЭКЗАМЕНАЦИОННУЮ ПРОГРАММУ

12.1. Доказательство теоремы Леви, описывающей слабую сходимость вероятностных мер на языке характеристических функций.

12.2. Схема серий независимых случайных величин (центрированных и с конечными вторыми моментами). Пренебрежимая малость слагаемых. Доказательство теоремы Линдеберга. Формулировка теоремы Феллера.