

Лекция 10. Характеристические функции

Завершение доказательства теоремы Александрова. Критерий слабой сходимости вероятностных мер на $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ в терминах их функций распределения. Элементарные свойства комплексных чисел. Интеграл Лебега для комплекснозначных функций. Доказательство неравенства $|\mathbb{E}Z| \leq \mathbb{E}|Z|$, где $Z = X + iY$, а X, Y – действительные случайные величины. Характеристическая функция вероятностной меры, заданной на $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$. Вычисление характеристической функции стандартного нормального закона. Свойства характеристических функций ($\varphi(0) = 1$, $|\varphi(t)| \leq 1$ для $t \in \mathbb{R}$, $\varphi(\cdot)$ – равномерно непрерывна на \mathbb{R} , а также является неотрицательно определенной). Формулировка теоремы Бохнера - Хинчина. Дана формула обращения (восстановление функции распределения вероятностной меры по ее характеристической функции). Сформулирована теорема Леви (устанавливающая связь между слабой сходимостью вероятностных мер и сходимостью их характеристических функций). Формула обращения (а также ее следствия) и теорема Леви будут доказаны на лекции 11.

ВОПРОСЫ, КОТОРЫЕ ВОЙДУТ В ЭКЗАМЕНАЦИОННУЮ ПРОГРАММУ

10.1. Интеграл Лебега для комплекснозначных функций. Доказательство неравенства $|\mathbb{E}Z| \leq \mathbb{E}|Z|$, где $Z = X + iY$, а X, Y – действительные случайные величины. Характеристическая функция вероятностной меры, заданной на $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$. Вычисление характеристической функции стандартного нормального закона.

10.2. Свойства характеристических функций ($\varphi(0) = 1$, $|\varphi(t)| \leq 1$ для $t \in \mathbb{R}$, $\varphi(\cdot)$ – равномерно непрерывна на \mathbb{R} , а также является неотрицательно определенной). Формулировка теоремы Бохнера - Хинчина.

Примечание. Вопрос 9.2 (как следствие теоремы Александрова) будет включать критерий слабой сходимости вероятностных мер на $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ в терминах их функций распределения.