Лекция 1. Вероятностное пространство

Введение (Б.Паскаль, П.Ферма, Х.Гюйгенс, Я.Бернулли, К.Гаусс, П-С.Лаплас, С.Пуассон, П.Л.Чебышев, А.Н.Колмогоров и другие корифеи). Случайные эксперименты. Пространство Ω элементарных исходов. Примеры конечного, счетного Ω и пространства Ω, имеющего мощность континуума. Системы подмножеств некоторого множества. Определение алгебры, σ-алгебры, π- и λ-систем. Теорема о $\pi - \lambda$ системах (формулировка). Построение наименьшей σ-алгебры, содержащей заданную систему подмножеств некоторого множества. Примеры (в частности, борелевские множества топологического пространства). Объяснение того, что одна и та же σ-алгебра может порождаться разными системами множеств. Определение меры. Элементарное утверждение, заключающееся в том, что либо мера тождественно равна бесконечности на всех множествах σ-алгебры, либо мера пустого множества равна нулю. Вероятность. Пространство $(\Omega, \mathcal{F}, \mathsf{P})$. Статистическая интерпретация вероятности. Геометрическая и механическая аналогии. Дискретное вероятностное пространство (с конечным или счетным числом исходов). Пример распределения Пуассона на $(\mathbb{Z}_+, 2^{\mathbb{Z}_+})$. Общий способ задания меры в дискретных пространствах. Классическое определение вероятности.

ВОПРОСЫ, КОТОРЫЕ ВОЙДУТ В ЭКЗАМЕНАЦИОННУЮ ПРОГРАММУ

1.1. Случайные эксперименты. Пространство элементарных исходов. Примеры. Системы подмножеств некоторого множества (алгебра, σ-алгебра, π- и λ-системы). Примеры. Определение меры и вероятности. Вероятностное пространство. Статистическая интерпретация вероятности.

1.2. Дискретные вероятностные пространства (с конечным или счетным числом исходов). Общий способ задания меры. Примеры. Классическое определение вероятности. Примеры.