

Программа первого коллоквиума по курсу «Математическая статистика и ее приложения»

Мех-мат МГУ, экономический поток, октябрь 2018

1. Вероятностно-статистическая модель, понятия наблюдения и выборки. Эмпирическое распределение и эмпирическая функция распределения. Обоснованность основной задачи математической статистики и теорема Гливленко–Кантелли.
2. Виды сходимостей случайных векторов: с вероятностью 1, по вероятности, по распределению. Слабая сходимость и сходимость в основном вероятностных мер в \mathbb{R}^n . Теорема Александрова (б/д). Теорема о наследовании сходимости.
3. Лемма Слуцкого. Примеры применения.
4. Гауссовские случайные векторы (многомерное нормальное распределение). Теорема о трех эквивалентных определениях. Основные свойства гауссовских случайных векторов, критерий независимости компонент. Многомерная центральная предельная теорема (б/д).
5. Вероятностно–статистическая модель. Параметрическая статистическая модель. Моделирование выборки из неизвестного распределения, принадлежащему параметрическому семейству.
6. Статистики и оценки. Общая идея построения хороших статистик, примеры: выборочные усреднения, порядковые статистики, выборочные квантили, M -оценки. Основные свойства оценок: несмещенность, состоятельность, сильная состоятельность, асимптотическая нормальность. Примеры. Наследование асимптотических свойств при взятии непрерывной функции.
7. Методы нахождения оценок, общий принцип подстановки. Метод моментов, состоятельность оценки метода моментов.
8. Выборочные квантили и выборочная медиана. Лемма Шеффе о слабой сходимости при условии сходимости плотностей. Теорема об асимптотической нормальности выборочной квантили.
9. Сравнение оценок, функция потерь и функция риска. Подходы к сравнению оценок: равномерный, байесовский, минимаксный, асимптотический. Допустимые оценки.

10. Доминируемое семейство распределений, условия его регулярности. Неравенство Рао–Крамера и эффективные оценки. Критерий эффективности оценки.
11. Информация Фишера в условиях регулярности и её свойства. Матричное неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Многомерное неравенство Рао–Крамера, критерий эффективности в многомерном случае.

Список литературы

- [1] А.А. Боровков, *Математическая статистика*, 4-е изд., Лань, Спб., 2010.
- [2] А.Н. Ширяев, *Вероятность-1*, 5-е изд., МЦНМО, М., 2011.
- [3] Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев, *Математическая статистика*, Книжный дом “Либроком”, М., 2014.
- [4] Э. Леман, *Теория точечного оценивания*, Наука, М., 1991.
- [5] Б.А. Севастьянов, *Курс теории вероятностей и математической статистики*, 2-е изд., Институт компьютерных исследований, М.-Ижевск, 2004.
- [6] Ю.Н. Тюрин, *Математическая статистика. Записки лекций*, [электронная версия](#).