задачи к зачету для групп 425, 426. (вероятность)

1. Бросают три кости. Какова вероятность того, что хотя бы на одной из них выпадает одно очко, если на всех трех костях выпали разные грани?

2. Известно, что 5% всех мужчин и 0.25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это мужчина? (Считать, что мужчин и женщин одинаковое число.)

3. На фабрике, изготовляющей болты, машины A, B и C производят соответственно 25, 35 и 40% изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4 и 2%. Случайно выбранный из продукции болт оказался дефектным. Какова вероятность того, что он был произведен машиной A; машиной B; машиной C?

4. Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, переложены два вынутых наудачу шара в урну, содержащую 4 белых и 4 черных шара. Найти вероятность вынуть из второй урны белый шар.

5. Среди коконов некоторой партии 30% цветных. Какова вероятность того, что среди 10 случайно отобранных из партии коконов 3 цветных? Каково распределение числа цветных коконов среди n случайно отобранных?

6. Технический контроль проверяет изделия, каждое из которых независимо от других изделий может с вероятностью p оказаться дефектным.

   a). Какова вероятность того, что среди 10 проверенных изделий только одно оказалось дефектным?

   b). Найти вероятность того, что первым дефектным оказалось k-е проверенное изделие.

   c). Найти распределение числа обнаруженных при проверке хороших изделий между двумя последовательными дефектными.

7. Допустим, что некоторое насекомое с вероятностью $\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$ кладет k яиц, а вероятность развития насекомого из яйца равна p. Предполагая взаимную независимость развития яиц, найти распределение и математическое ожидание количества потомков насекомого.

8. Случайная величина ξ имеет непрерывную ф.р. $F(x) = P(\xi \le x)$. Показать, что случайная величина $\eta = F(\xi)$ имеет равномерное распределение на отрезке [0,1].

9. Найти функцию распределения суммы независимых случайных величин ξ и η, первая из которых равномерно распределена в интервале $(-h, h)$, а вторая имеет функцию распределения $F(x)$.

10. Плотность независимых случайных величин ξ и η равна а) $p_\xi(x) = p_\eta(x) = ae^{-ax}$ при $x > 0$ и нулю при $x \le 0$; б)$p_\xi(x) = p_\eta(x) = 1/a$ при $0 < x < a$ и нулю при $x \le 0$, $x \ge a$. Найти математическое ожидание и дисперсию этих величин, а также плотность распределения величин $\zeta_1 = \xi/\eta, \quad \zeta_2 = \xi\eta, \quad \zeta_3 = \xi + \eta$.

11. Случайная величина ξ имеет распределение Коши с плотностью $p_\xi(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ Найти плотность распределения величин $\eta = \xi^2/(1+\xi^2), \quad \zeta = 1/\xi$.

12. Пусть случайные величины $\xi_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ - независимы и одинаково распределены с плотностью $p(x)$. Найти закон распределения $\zeta_1 = \underset{1 \le i \le n}{max}\, \xi_i, \quad \zeta_2 = \underset{1 \le i \le n}{min}\, \xi_i.$

13. Найти законы распределения, которым соответствуют следующие характеристические функции:

$$cost; \quad cos^2 t; \quad \sum_0^\infty a_k coskt, \quad \text{где} \quad a_k \ge 0, \quad \sum_0^\infty a_k = 1$$

14. Вычислить характеристические функции для следующих законов распределения: а) равномерного распределения в интервале $(-a, a)$; б) биномиального распределения; в) распределения Пуассона; г) распределения Коши $(p(x) = 1/(\pi(1 + x^2)))$; в) показательного распределения с параметром a; г) нормального распределения со средним a и дисперсией σ^2; д) гамма распределения с параметрами k и a $(p(x) = a^k x^{k-1} e^{-ax}/(k-1)!)$.