

В основе настоящего учебного пособия лежит специальный курс по выбору студента, прочитанный автором на механико - математическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова в 2010-2012 учебных годах. Пособие знакомит читателя с методом параметрикса и его дискретным аналогом, развитым в самое последнее время автором пособия и его коллегами-соавторами. Оно объединяет воедино материал, который ранее содержался только в ряде журнальных статей. Не стремясь к максимальной общности изложения, автор ставил целью продемонстрировать возможности метода при доказательстве локальных предельных теорем о сходимости марковских цепей к диффузионному процессу и при получении двусторонних оценок типа Аронсона для некоторых вырожденных диффузий.

Фактически, в пособии достаточно подробно доказываются две трудные теоремы: Теорема А и Теорема В. В первой части пособия (Лекции 1 -6) рассматриваются невырожденные диффузии и последовательности марковских цепей, слабо сходящиеся к этой диффузии. Доказывается основная теорема (Теорема А), дающая неравномерную оценку скорости сходимости переходных плотностей марковских цепей к переходной плотности предельного диффузионного процесса. Скорость сходимости оказывается такой же, как и в классических предельных теоремах для сумм независимых случайных векторов. Во второй части пособия (Лекции 7 – 10) рассматриваются вырожденные диффузии типа А.Н. Колмогорова, доказывается вторая основная Теорема В, дающая двусторонние оценки типа Аронсона для переходной плотности этой вырожденной диффузии.

Материал представлен в виде десяти лекций. В начале каждой лекции дан список литературы, относящейся к этой лекции. Нумерация формул в каждой лекции начинается заново, но это не должно привести к путанице, так как при ссылках на формулу вместе с номером формулы указывается и номер лекции из которой она взята. Нумерации определений, теорем, лемм, замечаний и др. - сквозные. В заключение мне хотелось бы поблагодарить Анну Кожину, студентку 3-го курса кафедры теории вероятностей механико-математического факультета МГУ, за помощь в подготовке настоящего издания.