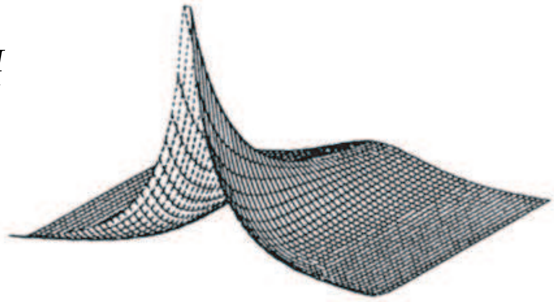
Кафедра ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ



БОЛЬШОЙ СЕМИНАР КАФЕДРЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Руководитель - член-корр. РАН, профессор А. Н. Ширяев

Заседание 7 апреля. М. Житлухин, Я. Люлько и А. Муравлев

М. Житлухин *Максимальное неравенство для косого броуновского движения*
Пусть X_t^α — косое броуновское движение с параметром $\alpha \in (0, 1)$ и τ — произвольный момент остановки для X_t^α. Мы докажем, что выполнено следующее максимальное неравенство:

$$\mathsf{E}\big[\max_{s\le\tau} X_s^\alpha - \min_{s\le\tau} X_s^\alpha\big] \le \sqrt{K_\alpha \mathsf{E}\tau},$$

где K_α — некоторая константа, зависящая от α. Будет найдено явное выражение для K_α, а также будет доказано, что неравенство является в некотором смысле точным.
Данное неравенство является обобщением известных максимальных неравенств для стандартного броуновского движения и его модуля.

Я. Люлько *О распределении времени, проводимого марковской цепью на разных уровнях до момента достижения фиксированного состояния*
Рассмотрим однородную марковскую цепь $S = (S_k)_{k0}$ с множеством фазовых состояний $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$, начальным распределением $p_0(i) = \mathsf{P}(S_0 = i)$ и переходными вероятностями $p_{i,j} = \mathsf{P}(S_n = j | S_{n-1} = i)$, $i, j \in \mathbb{Z}$. Положим

$$N_n(a) = \sum_{k=1}^{n} I(S_k = a),$$

где $a \in \mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$, и пусть $\tau_b = \inf\{k > 0 : S_k = b\}$, где $b \in \mathbb{Z}$.
В работе исследован вопрос о нахождении распределения вероятностей случайной величины $N_{\tau_b}(a)$, которая есть число посещений состояния a марковской цепью S до момента τ_b первого попадания цепи в состояние b. Основным результатом является теорема, в которой устанавливается, что распределение $N_{\tau_b}(a)$ будет *геометрическим* с параметрами, зависящими от a и b. Во второй части работы эти параметры находятся для бернуллиевского случайного блуждания.

Теорема.
Если $a \in \mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \ldots\}$ и $b \in \mathbb{Z}$ $(b \neq a)$ таковы, что $\mathsf{P}_a(\tau_a < \tau_b) < 1$, то распределение времени $N_{\tau_b}(a)$ относительно меры P_x задается формулами

$$\begin{cases} \mathsf{P}_x(N_{\tau_b}(a) = 0) = 1 - \alpha_x \ , \\ \mathsf{P}_x(N_{\tau_b}(a) = k) = \alpha_x(1-\alpha_a)\alpha_a^{k-1}, \ k = 1, 2, \ldots, \end{cases}$$

где $\alpha_x = \mathsf{P}_x(\tau_a < \tau_b)$ для $x \in \mathbb{Z}$. В частности, $\mathsf{E}_x N_{\tau_b}(a) = \dfrac{\alpha_x}{1-\alpha_a}$.

А. Муравлев
Пусть $X = (X_t)_{t \geq 0}$ – одномерная регулярная диффузия на промежутке $I \subset \mathbb{R}$, а $\mathcal{G}$ – производящий оператор X. Для $\alpha > 0$ определим функции ψ_α и ϕ_α как единственные (с точностью до множителя) непрерывные решения обобщенного дифференциального уравнения

$$\mathcal{G}u = \alpha u,$$

при этом ψ_α является возрастающим решением, а φ_α – убывающим. Введем следующие обозначения:

$$w_\alpha(x) = \psi'_\alpha(x)\phi_\alpha(x) - \psi_\alpha(x)\phi'_\alpha(x), \quad \rho_\alpha(x,y) = \psi_\alpha(x)\phi_\alpha(y) - \psi_\alpha(y)\phi_\alpha(x).$$

Рассмотрим локальное время диффузии X на уровне x $L(t,x)$. В настоящей работе производится исследование свойств локального времени в момент выхода из интервала $(a,b) \subset I$

$$\tau_{ab} = \inf\{t \geq 0 : X_t \notin (a,b)\}.$$

Теорема. Для $\alpha > 0$, $\beta > 0$ и $a \leq x \leq b$

$$E_x e^{-\alpha\tau_{ab} - \beta L(\tau_{ab}, x)} = \frac{\rho_\alpha(a,x) + \rho_\alpha(x,b)}{\rho_\alpha(a,b) - \frac{2\beta}{w_\alpha(x)}\rho_\alpha(a,x)\rho_\alpha(x,b)}.$$

Семинар проводится по средам в аудитории 16-24 с 16:45 до 17:45

Координатором семинара на весенний семестр 2010 года назначен к.ф.-м.н., доцент кафедры теории вероятностей Сергей Анатольевич Пирогов (e-mail: pirogov@mail.ru), ученым секретарем семинара - Айгуль Тилековна Абакирова (e-mail: abakirova@gmail.com).