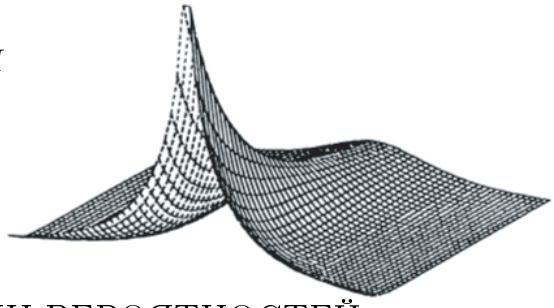
*Кафедра ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ*



# БОЛЬШОЙ СЕМИНАР КАФЕДРЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Руководитель - член-корр. РАН, профессор А. Н. Ширяев

18 февраля — **А. Н. Ширяев** (МГУ). *О стохастическом правиле "Buy and Hold"в финансовой математике.*

**Резюме.**

Рассмотрим $(B, S)$ – модель финансового рынка, состоящего из банковского счета $B = (B_t)_{t\geq 0}$ и акции $S = (S_t)_{t\geq 0}$ с

$$dB_t = rB_t\,dt, B_0 = 1, dS_t = S_t(\mu\,dt + \sigma\,dW_t), S_0 = 1,$$

где $W = (W_t)_{t\geq 0}$ – винеровский процесс. Пусть $M_T = \max_{t\in[0,T]} S_t$ и $P_t = S_t/M_T$, $t \in [0, T]$. Для функций полезности $v = v(x)$ (например, $v(x) = x$, $v(x) = \log x$) рассматривается вопрос отыскания момента (продажи акции) $\tau^*$ такого, что

$$Ev\left(\frac{P_{\tau^*}}{M_T}\right) = \sup_{\tau\leq T} Ev\left(\frac{P_\tau}{M_T}\right), \tag{1}$$

где $\tau$ – моменты остановки.

Оказалось, что для линейной и логарифмической функций полезности оптимальным является момент $\tau^* = T$ при $\nu > 0$ и $\tau^* = 0$ при $\nu \leq 0$, где $\nu = \mu - r - \frac{1}{2}\sigma^2$. (Это известное правило "Buy and Hold".)

Далее мы рассматриваем модель, где параметр $\mu$ может спонтанно изменяться. Более точно, пусть $dS_t = S_t(\mu(t, \theta)\,dt + \sigma\,dW_t)$, где $\mu(t, \theta)$ равно $\mu_1$ при $t < \theta$ и $\mu_2$ при $t > \theta$; $\theta$ – случайный момент, не зависящий от $W = (W_t)_{t\leq T}$. Предполагается, что $\nu_1 = \mu_1 - r - \frac{1}{2}\sigma^2 > 0$ и $\nu_2 = \mu_2 - r - \frac{1}{2}\sigma^2 < 0$. Задача состоит в том, чтобы найти снова оптимальный момент $\tau^*$ в постановке (1). Для случая экспоненциального распределения $\theta$ и логарифмической функции полезности найден оптимальный момент $\tau^*$. Этот момент имеет вид

$$\tau^* = \inf\{t \leq T : \pi_t \geq g^*(t)\},$$

где $\pi_t = P(\theta \leq t|F_t^s)$ и $g^* = g^*(t)$ – некоторая функция (стохастическое правило "Buy and Hold").

**Семинар проводится по средам в аудитории 16-24 с 16:45 до 17:45**

Координатором семинара на весенний семестр 2009 года назначен д.ф.-м.н., профессор Владимир Ильич Питербарг, секретарем семинара – Айгуль Тилековна Абакирова (e-mail: abakirova@gmail.com).