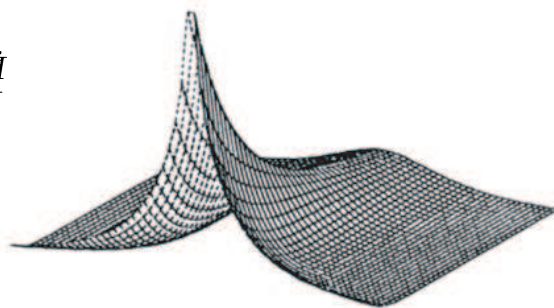




БОЛЬШОЙ СЕМИНАР КАФЕДРЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Руководитель — академик РАН, профессор А. Н. Ширяев

- 28—** **А. П. Шашкин** (Московский государственный университет)
мая *Предельные теоремы для функционалов от слабо зависящих случайных полей (представление докторской диссертации).* Диссертация, объемом 205 страниц, состоит из введения, списка обозначений, трех глав и списка литературы, насчитывающего 196 наименований. Выполненное исследование основано на 15 статьях автора и докладывалось на 13 международных конференциях.
- Предельные теоремы — интенсивно развивающийся раздел современной теории вероятностей, имеющий самые разнообразные приложения. Большое значение имеет исследование систем зависимых мультииндексированных случайных величин. Их анализ требует преодоления значительных трудностей, связанных с необходимостью учета взаимного расположения случайных элементов в пространстве и характера их зависимости. В диссертации устанавливаются новые предельные теоремы для случайных процессов и полей, удовлетворяющих различным условиям зависимости. Для случайных полей, обладающих свойством ассоциированности или его обобщениями, при широких условиях доказан ряд основных предельных теорем. Среди полученных в главе 1 результатов отметим оценку точности нормальной аппроксимации для сумм слабо зависящих случайных величин. Асимптотическая нормальность для подобных систем ранее устанавливалась Ч.Ньюменом, Т.Биркелом, А.В.Булинским, Ш.Сюке, П.Дуканом и др. В работе оценка дана для сумм случайных величин, индексированных элементами транзитивной группы, при весьма широких требованиях к виду множеств суммирования. В условиях ассоциированности случайного поля дана общая форма закона повторного логарифма, являющаяся новой уже в независимом случае. Удастся учесть вид множества индексов, по которому берется верхний предел, с помощью нового интегрального функционала. Впервые доказана асимптотическая нормальность оценки долгосрочной дисперсии слабо зависящего случайного поля (изучавшейся М.Пелиград, К.-М.Шао, А.В.Булинским, М.А.Вронским, Н.Ю.Крыжановской), дающая возможность строить приближенные доверительные интервалы. В главе 2 существенно ослаблены условия сильного принципа инвариантности для положительно и отрицательно зависимых случайных полей (тем самым усилены недавние теоремы Хао Ю и Р.Балан). Доказательство (теорема 2.3.1) основано на 10 леммах и использует новый аппарат сильной аппроксимации зависимых случайных последовательностей независимыми семействами случайных величин с теми же одномерными распределениями. Такая аппроксимация развивается М.Берби, М.Пелиград и др. для процессов с перемешиванием, но в условиях ассоциированных полей построена впервые и основана на технике Беркеша-Филипа (лемма о склейке) и неравенствах Сенатова для идеальных вероятностных метрик. Основное внимание в главе 3 уделено функционалам от случайных полей, определяемым геометрией их экскурсионных множеств. В условиях слабой зависимости доказана функциональная предельная теорема для преобразованных объемов множеств уровня, обобщающая результаты С.Луиши, А.В.Булинского, Е.Сподарева, Ф.Тиммермана, В.П.Демичева (как в отношении условий на зависимость элементов, так и в отношении допустимых классов растущих окон наблюдения). Для этого потребовалось установить новое моментное неравенство для сумм слабо зависящих случайных величин по множествам произвольной структуры, обобщающее предшествующие результаты Ч.Ньюмена, А.Райта, Т.Биркела, А.В.Булинского, М.Кина, К.М.Шао, Ю.Ю.Бахтина, Т.Кристофидеса. Также для непрерывных гауссовских полей доказаны функциональные предельные теоремы нового типа. А именно, изучается предельное поведение (нормированного) процесса, образованного мерами Хаусдорфа множеств уровня гауссовского поля, наблюдаемого в ограниченном окне. В недавних работах Р.Адлера, М.Кратц, Х.Леона и др. исследовались только одномерные распределения такого процесса. Основная трудность на этом пути заключалась в том, что рассматриваемые функционалы зависят от реализаций случайного поля негладким образом. Показано, что при широких условиях описанный процесс непрерывен, и исследована его сходимости по распределению к явно описанному гауссовскому пределу как в гильбертовом пространстве на прямой с гауссовской нормировкой, так и в пространстве непрерывных функций.
- Таким образом, установлен целый ряд взаимосвязанных результатов, в том числе оптимальных, относящихся к асимптотическому анализу зависимых случайных полей.

Семинар проводится по средам в аудитории 12-24 с 16:45 до 17:45

Координатором семинара на весенний семестр 2014 года назначен д.ф.-м.н., профессор В. А. Малышев,
ученым секретарем семинара — С. Муzychка (e-mail: stepan.muzychka@yandex.ru).