

Годовой спецкурс кафедры теории чисел для студентов 2-4 курса

Кратные дзета-значения

читает доцент Уланский Евгений Александрович

по средам в 18:30 с 19.09.2012, 1-я встреча у учебной части мехмата на 15 этаже ГЗ.

Спецкурс охватывает результаты со времён Якоба Бернулли и Леонарда Эйлера до наших дней. Вы узнаете о том, как одна из наиболее известных классических задач и её блистательное решение привели к рождению увлекательного направления современной теории чисел, и ознакомитесь не только с доказательствами интересных теорем, но и с открытыми проблемами, как современными, так и трёхсотлетней давности.

Программа 1-го семестра спецкурса.

Дзета-значения $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$, $s = 2, 3, 4, \dots$. Базельская задача. Её решение $\left(\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}\right)$ Леонардом Эйлером.

Теорема Роже Аперти об иррациональности $\zeta(3)$.

Теорема Танги Ривоаля и Кита Болла об иррациональности $\zeta(2n+1)$ для бесконечно многих n .

Теорема Вадима Зудилина об иррациональности хотя бы одного из четырёх чисел $\zeta(5), \zeta(7), \zeta(9), \zeta(11)$.

Классические полилогарифмы $\text{Li}_s(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^s}$, $s = 1, 2, 3, \dots$. Точные формулы Эйлера и Джона Ландена для значений полилогарифмов при некоторых z .

Кратные дзета-значения $\zeta(s_1, s_2, \dots, s_k) = \sum_{n_1 > n_2 > \dots > n_k \geq 1} \frac{1}{n_1^{s_1} n_2^{s_2} \dots n_k^{s_k}}$. Формулы Эйлера для кратных дзета-значений, включая $\zeta(2, 1) = \zeta(3)$.

Стандартные соотношения для кратных дзета-значений.

Соотношения Ясуо Оно. Теорема о полной сумме. Теорема о дуальности. Соотношения Майкла Хоффмана.