Ориентировочная программа спецсеминара «Введение в теорию чисел»

(годовой, 1-2 курсы, среда, 18:30, ауд. 13-23 с 18 сентября)

1. Основная теорема арифметики в целостных кольцах, примеры среди квадратичных полей, приложение к диофантовым уравнениям;
2. Арифметика целых гауссовых чисел, суммы двух квадратов;
3. Вычисление символа Лежандра двойки через гауссовы числа;
4. Многочлены деления круга, их неприводимость;
5. Теорема Дирихле о простых числах в арифметических прогрессиях, частные случаи: mn+1 и mn-1;
6. Суммы Гаусса, док-во квадратичного закона взаимности с помощью сумм Гаусса;
7. Квадратичные вычеты и невычеты: гипотезы Виноградова, оценки для np и dp (нер-во Виноградова–Пойа, np<1/2+$\sqrt{p+1/4}$, np<$p^{\frac{1}{\sqrt{e}}+ε}$, теоремы Бёрджесса);
8. Построения с помощью циркуля и линейки, 3 классические неразрешимые задачи на построение, теорема Гаусса–Ванцеля о правильных многоугольниках;
9. Цепные дроби: подходящие дроби как наилучшие приближения второго рода, теорема Лагранжа, решение уравнений Пелля, геометрическая теория цепных дробей;
10. Введение в геометрию чисел;
11. Аддитивная комбинаторика;
12. Кватернионы, арифметика кватернионов и суммы трёх и четырёх квадратов.