

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ
по специальному курсу
"Квадратичные поля и диофантовы уравнения"
лектор Ю.В. Нестеренко

1. Рациональные параметризации кривых второго порядка.
2. Теорема Лежандра о целых решениях уравнения $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$.
3. Квадратичные иррациональности, сопряженные числа, след и норма. Квадратичные поля. Линейность следа и мультипликативность нормы.
4. Уравнение Пелля. Бесконечность множества решений. Структура множества решений.
5. Кольцо целых чисел квадратичного поля. Фундаментальный базис и дискриминант. Группа единиц квадратичного поля в случае отрицательного дискриминанта.
6. Цепные дроби. Свойство наилучшего приближения.
7. Эквивалентные числа и цепные дроби.
8. Приведённые квадратичные иррациональности, свойство их цепных дробей. Конечность множества приведённых квадратичных иррациональностей с заданным дискриминантом.
9. Вычисление группы единиц действительного квадратичного поля и фундаментального решения уравнения Пелля.
10. Порядки в квадратичных полях. Группы единиц в порядках.
11. Модули, умножение модулей, норма модуля, мультипликативность нормы. Соответствие между модулями и формами.
12. Представление чисел бинарными квадратичными формами и подобие модулей.
13. Подобие модулей в действительных квадратичных полях.
14. Решение в целых числах уравнений $ax^2 + bxy + cy^2 = m$ в случае $b^2 - 4ac > 0$.

Список литературы

- [1] Борович З.И., Шафаревич И.Р., Теория чисел, любое издание.
- [2] Ленг С., Введение в теорию диофантовых приближений, М., Мир, 1970.
- [3] Хассе Г., Лекции по теории чисел, М., Изд-во Иностранной литературы, 1953.