

ПРОГРАММА КУРСА

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

1 курс, 1 поток, 2024–2025 г.

1. Делимость. Элементарные свойства делимости. Деление с остатком.
2. Алгоритм Евклида. Теорема Ламе.
3. Представление н.о.д. двух чисел в виде их линейной комбинации. Важная лемма.
4. Теорема Евклида. Основная теорема арифметики.
5. Конечные цепные дроби. Рекуррентные соотношения для числителей и знаменателей подходящих дробей. Разложение вещественного числа в бесконечную цепную дробь.
6. Сравнения по модулю. Элементарные свойства сравнений. Классы вычетов. Сложение и умножение классов вычетов. Полная и приведённая системы вычетов.
7. Теорема Эйлера, малая теорема Ферма, теорема Вильсона.
8. Китайская теорема об остатках.
9. Мультипликативность количества решений полиномиального сравнения.
10. Количество решений полиномиального сравнения по простому модулю.
11. Подъём решения полиномиального сравнения. Лемма Гензеля.
12. Сравнения второй степени. Квадратичные вычеты. Критерий Эйлера.
13. Символ Лежандра. Элементарные свойства символа Лежандра. Лемма Гаусса.
14. Квадратичный закон взаимности.
15. Символ Якоби и его свойства.
16. Мультипликативность функции Эйлера. Явная формула для функции Эйлера.
17. Показатель вычета по модулю. Первообразные корни. Существование первообразных корней по простому модулю.
18. Мультипликативные функции. Формула обращения Мёбиуса.
19. Линейные диофантовы уравнения. Матричный алгоритм.
20. Теорема Эйлера–Лагранжа о цепных дробях.

Лектор: д.ф.-м.н. Герман О.Н.