

ОТЗЫВ НА ДИПЛОМНУЮ РАБОТУ

студента 6-го курса _____ Подольского Александра Андреевича

Научный руководитель _____ доцент кафедры теории чисел Е. А. Уланский

ТЕМА _____ Интегральные конструкции в теории дзета-значений

ТЕМА (англ. яз.) _____ Integral constructions in the theory of zeta-values

В отзыве должны быть отмечены достоинства дипломной работы, её недостатки и дана обоснованная оценка.

Дзета-значения $\zeta(k)$ определяются для натуральных чисел $k \geq 2$ как сумма ряда

$$\zeta(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k}.$$

Ещё Эйлер установил, что при чётном k с некоторым рациональным числом q_k будет выполняться равенство $\zeta(k) = q_k \pi^k$. Таким образом все так называемые чётные дзета-значения трансцендентны. Про нечётные дзета-значения, то есть для случая нечётного k известно много меньше. Танги Ривоаль установил, что бесконечно многие из нечётных дзета-значений иррациональны. Но доподлинно установить иррациональность хотя бы одного из них до сих пор удалось только Роже Аперу. Он сделал это для $k = 3$. После Аперу ряд математиков предложил различные методы получения того же самого результата, но, удивительным образом, в конечном итоге каждый раз получается одна и та же последовательность рациональных приближений к числу $\zeta(3)$, настолько хороших, что из их наличия вытекает иррациональность этого числа.

В курсовой работе А. А. Подольского особое внимание уделяется методам доказательства иррациональности $\zeta(3)$ Фритца Бейкера и Сергея Алексеевича Злобина. Произведён их подробный разбор и анализ. Для большинства этапов доказательства Бейкера автором получены естественные обобщения на случай остальных дзета-значений. Эти обобщения сами по себе представляют интереснейший объект для дальнейшего изучения, особенно четырёхмерный интеграл, представляющий линейные комбинации единицы и $\zeta(4)$.

Доказательство Злобина вытекало из его более масштабных исследований интегральных конструкций, представляющих линейные комбинации от дзета-значений. Александр внимательно изучил данную работу и для случая именно $\zeta(3)$ существенно упростил общие построения Злобина. При этом одно из этих упрощений актуально и в общем случае.

Злобину удалось установить равенство двух различных интегральных конструкций, возникающих в работах Бейкера и Владимира Николаевича Сорокина. В дипломной работе доказано обобщение этого тождества, что является новым результатом, который был опубликован в журнале «Математические заметки».

Автор хорошо разобрался в свойствах дзета-значений и методах доказательства их иррациональности. Особенно глубоко им были изучены различные интегральные конструкции, возникающие при исследовании дзета-значений. Дипломная работа, с одной стороны, обладает научной новизной, но с другой стороны, имеет также огромную методическую значимость и заметный потенциал для дальнейших научных исследований.

Считаю, что дипломная работа А. А. Подольского «Интегральные конструкции в теории дзета-значений» должна быть оценена «отлично».