

## Список билетов к экзамену по спецкурсу «Кратные дзета-значения»

**1.** Определение кратных дзета-значений, их веса и длины. Индексирование дзета-значений наборами натуральных чисел и словами алфавита из букв  $x_0, x_1$ . Определение обобщенных полилогарифмов. Доказательство их представления в виде интеграла от функций  $\omega_0(t)$  и  $\omega_1(t)$ . Дифференциальные уравнения для обобщенных полилогарифмов.

**2.** Определение шаффл-произведения для кратных дзета-значений. Доказательство теоремы о шаффл-произведении.

**3.** Интегральное представление для кратного дзета-значения (интеграл по гиперкубу  $[0, 1]^{|s|}$ ). Определение стаффл-произведения для кратного дзета-значения (и альтернативное определение с отщеплением букв с обратной стороны слова). Доказательство теоремы о стаффл-произведении.

**4.** Определение нестрогих кратных дзета-значений и обобщенных полилогарифмов. Теорема о выражении строгих и нестрогих обобщенных полилогарифмов друг через друга (можно для одного аргумента  $z$ ). Формулировка и идея доказательства соответствующей леммы.

**5.** Формулировка теоремы Оно в терминологии наборов натуральных чисел и в терминологии  $x_0, x_1$ . Теорема о дуальности. Доказательство через интегральное представление от  $\omega_0(t)$  и  $\omega_1(t)$ , а также вывод из теоремы Оно. Теорема о полной сумме и ее вывод из теоремы Оно.

**6.** Формулировка «ключевой» леммы об интегральном представлении. Доказательство теоремы Оно с учетом этой леммы.

**7.** Доказательство тождества  $\zeta(x_1 \sqcup \omega - x_1 * \omega) = 0$  как следствия из теоремы Оно.

**8.** Доказательство Бейкера иррациональности  $\zeta(3)$ .

**9.** Формулировка теоремы Злобина о равенстве интегралов. Схема доказательства. Равенство интегралов Бейкера и Сорокина.

**10.** Обобщение интегрального представления для гипергеометрической функции и преобразование  $\frac{-z}{1-z}$ .

**11.** Преобразование  $\frac{-z}{1-z}$  для строгих и нестрогих обобщенных полилогарифмов (как следствие общей теоремы и прямое доказательство).

**12.** Расширение определения обобщенного полилогарифма. Преобразование  $1-z$ .

**13.** Линейная независимость обобщенных полилогарифмов.

**14.** Алгебраическая независимость классических полилогарифмов.

**15.** Значения обобщенных полилогарифмов в точках  $1, -1, 1/2$ . Гипотезы о базисах линейных пространств, образованных этими значениями и о выражении этих значений друг через друга. Способы проверки данных гипотез для значений полилогарифмов небольших весов.