ПРОГРАММА КУРСА

**«Элементы теории чисел»**

механико-математический факультет МГУ, 1 курс, 1 семестр, 2018г.

Делимость целых чисел. Наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель, их свойства. Алгоритм Евклида. Решение в целых числах линейных уравнений.

Простые и составные числа. Решето Эратосфена. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Разложение на простые сомножители наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного нескольких чисел, факториала.

Мультипликативные функции и их свойства. Функция Мёбиуса и формула обращения. Функция Эйлера. Сумма делителей и количество делителей натурального числа.

Числовые сравнения и их основные свойства. Классы вычетов. Полная и приведенная системы вычетов. Теорема Вильсона. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма.

Сравнения с одним неизвестным. Сравнения первой степени. Китайская теорема об остатках. Полиномиальные сравнения по простому модулю. Полиномиальные сравнения по составному модулю.

Сравнения второй степени по простому модулю. Символ Лежандра и его свойства. Квадратичный закон взаимности. Теорема о множестве простых чисел, для которых разрешимо данное квадратичное сравнение.

Показатель числа по заданному модулю. Существование первообразных корней по простому модулю. Индексы и их свойства.

Представление рациональных чисел бесконечными десятичными дробями. Длина периода десятичной дроби рационального числа. Иррациональные числа. Нахождение рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами. Иррациональность числа *e*.

Цепные дроби. Свойства подходящих дробей. Цепная дробь действительного числа. Взаимно однозначное соответствие между действительными числами и бесконечными цепными дробями. Теорема Эйлера-Лагранжа о периодических цепных дробях. Наилучшие приближения.