10 апреля 2015г.

Доклад профессора А. Д. Брюно на тему

«Универсальное обобщение алгоритма цепной дроби»

1.      *Простое обобщение.*Пусть в трехмерном вещественном пространстве заданы три вещественные однородные линейные формы. Их модули дают отображение этого пространства в другое. В нем рассматривается выпуклая оболочка образов всех целочисленных точек первого пространства, кроме его начала координат. Замыкание этой выпуклой оболочки названо модульным многогранником. Наилучшие целочисленные приближения к корневым подпространствам заданных форм дают точки, образы которых лежат на границе модульного многогранника. Граница модульного многогранника вычисляется любой cтандартной программой вычисления выпуклых оболочек. Алгоритм дает также периодичность для кубических иррациональностей с положительным дискриминантом.

Обобщить цепную дробь пытались Эйлер, Якоби, Дирихле, Эрмит, Пуанкаре, Гурвиц, Клейн, Минковский, Вороной и многие другие [1, 2].

2.      *Универсальное обобщение.*Пусть в *n*-мерном вещественном пространстве *R* заданы *l* линейных и *k* квадратичных форм, (*n = l + 2k*). Модули этих форм задают отображение пространства *R* в положительный ортант *S+* *m*-мерного вещественного пространства *S*, *m = l + k*. При этом целочисленная решётка в *R* отображается в некоторое множество *Z* в *S+*. Замыкание выпуклой оболочки *G* множества *Z*∖*0* является многогранным множеством. Целочисленные точки из *R*, отображающиеся на границу ∂*G* многогранника *G*, дают наилучшие диофантовы приближения к совокупности корневых подпространств *m* заданных форм. В алгебраическом случае, когда заданные формы определённым образом связаны с корнями многочлена степени *n*, доказывается, что многогранник *G* имеет *m−1* независимый период. Это обобщение теоремы Лагранжа о периодичности цепной дроби квадратичной иррациональности [3]. По теореме Дирихле соответствующее поле алгебраических чисел имеет ровно *m-1* фундаментальных единиц.

Граница ∂*G*многогранника *G* вычисляется стандартной программой вычисления выпуклых оболочек.

Литература:

1. А.Д. Брюно и В.И. Парусников, Многогранник модулей троек линейных форм. Препринт №93,

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша, М.2003.20с.

1. А.Д. Брюно, Обобщения цепной дроби // Чебышевский сборник 7:3 (2006) 4-71.
2. А.Д. Брюно, Структура многомерных диофантовых приближений // ДАН, 433:5 (2010) 587-589.