

**О рациональных приближениях к постоянной Эйлера
(по работе К. и Т. Хессами-Пилеруд)**

Ю.В. Нестеренко

В 2007г. А.И. Аптекарев и его коллеги обнаружили последовательность рациональных приближений к постоянной Эйлера γ , определяемую однородным линейным рекуррентным уравнением третьего порядка. В 2010г. Кодабахш и Татьяна Хессами-Пилеруд предложили интерпретацию приближений Аптекарева и др. в терминах G-функций Мейера и гипергеометрических рядов. Такой подход позволяет описать очень общую конструкцию, позволяющую строить линейные формы от 1 и γ с рациональными коэффициентами. С помощью этой конструкции К. и Т. Хессами-Пилеруд нашли новые рациональные приближения к γ , задаваемые неоднородными рекуррентными линейными уравнениями второго порядка с полиномиальными коэффициентами. Это позволяет выписать нерегулярную цепную дробь для постоянной Эйлера. Повидимому это первое нетривиальное разложение γ в достаточно быстро сходящуюся цепную дробь, элементы которой могут быть выражены с помощью явных формул. Интересно отметить, что такое же однородное рекуррентное уравнение

$$u_{n+2} - (2n + 4)u_{n+1} + (n + 1)^2u_n = 0,$$

порождает цепную дробь, сходящуюся к постоянной Эйлера-Гомперца и обнаруженную ещё Стильтесом в 1895 году.

Отметим, что найденные рациональные приближения сходятся к γ с субэкспоненциальной скоростью, но этого недостаточно, чтобы доказать иррациональность Эйлеровой постоянной.