О современных результатах, связанных с неравенством Пойа-Виноградова

Д. А. Фроленков

Аннотация

Для примитивного характера $\chi \pmod{q}$ определим следующие величины

$$S_\chi = \max_{0\leqslant M<N\leqslant q} \left| \sum_{n=M}^{N} \chi(n) \right|, \qquad T_\chi = \max_{N} \left| \sum_{a=0}^{N} \chi(a) \right|.$$

В 1918 году Пойа и Виноградов независимо доказали следующее неравенство

$$S_\chi \leqslant c\sqrt{q}\log q \tag{1}$$

с абсолютной константой c. Обзор результатов, посвященных вычислению этой константы можно найти в [3] В 2007 Granville и Soundararajan [2] доказали, что для примитивного характера нечетного порядка g неравенство Пойа-Виноградова может быть улучшено

$$T_\chi \ll \sqrt{q}(\log q)^{1-\frac{\delta_g}{2}+o(1)} \quad \text{where} \quad \delta_g = 1 - \frac{g}{\pi}\sin\frac{\pi}{g},\ q \to \infty.$$

Недавно Goldmakher [1] смог улучшить этот результат

$$T_\chi \ll \sqrt{q}(\log q)^{1-\delta_g+o(1)}.$$

В обзоре также будет рассказано и о других результатах, относящихся к неравенству Пойа-Виноградова.

Список литературы

[1] Goldmakher L. Multiplicative mimicry and improvements of the Pólya-Vinogradov inequality by Goldmakher, Leo I., Ph.D., UNIVERSITY OF MICHIGAN, 2009, 109 pages; 3382190, preprint is available in arXiv:0911.5547v2

[2] Granville A. and Soundararajan K. Large character sums: pretentious characters and the Pólya–Vinogradov theorem, Jour. AMS Vol. 20, Number 2(2007), 357-384.

[3] Frolenkov D. Numerically explicit version of the Pólya–Vinogradov inequality, http://arxiv.org/abs/1107.0381