

ВОПРОСЫ К ЗАЧЁТУ  
по курсу «АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЧИСЛА»  
*Е. А. Уланский, 2012 г.*

1. Простые расширения. Степень расширения. Поведение степени в башнях расширений.
2. Теорема об эквивалентности конечности и конечной порожденности алгебраических расширений и ее следствия.
3. Алгебраическая замкнутость поля всех алгебраических чисел.
4. Теорема о примитивном элементе.
5. Доказательство теоремы о примитивном элементе в конечных полях. Структура конечных полей.
6. Лемма о продолжении вложений и ее следствия.
7. Нормальные расширения. Эквивалентность различных определений.
8. Характеристический многочлен числа, его связь с минимальным многочленом. Норма и след в алгебраических расширениях, их свойства.
9. Дискриминант совокупности чисел, его свойства. Взаимный базис.
10. Лемма о дискретных подгруппах в  $\mathbb{R}^n$ .
11. Теорема о том, что множество целых алгебраических чисел произвольного поля алгебраических чисел есть порядок.
13. Существование в полном модуле чисел с заданными ограничениями на величину их сопряженных.
14. Теорема Дирихле о единицах. Гомоморфизм группы единиц в  $\mathbb{R}^{s+t}$ . Структура образа и ядра этого отображения.
15. Конструкция  $s + t - 1$  независимых единиц.
16. Максимальность простых идеалов. Свойство обрывания возрастающих цепочек идеалов.
17. Дробные идеалы. Доказательство равенства  $M \cdot M^{-1} = \mathbb{Z}_K$ .
18. Теорема о существовании и единственности разложения идеалов в произведение простых.
19. Показатели и их свойства.
20. Норма идеала. Мультипликативность нормы.
21. Норма главного идеала.
22. Конечность группы классов идеалов.
23. Разложение целых рациональных чисел в  $\mathbb{Z}_K$ . Теорема Куммера.
24. Конечность множества разветвленных простых чисел.
25. Теорема о делимости дискриминантов (условие Эйзенштейна).