

ПРОГРАММА СПЕЦИАЛЬНОГО КУРСА

"АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЧИСЛА"

годовой, для 1-4 курсов, лектор чл.-корр. РАН Нестеренко Ю.В.
читается по четвергам в 16:45, ауд. 14-15, начало 27 сентября.

Диофантово уравнение $y^3 - x^2 = 2$. Простые расширения. Степень расширения. Поведение степени в башнях расширений. Неразрешимость задач удвоения куба и трисекции угла при помощи циркуля и линейки.

Теорема об эквивалентности конечности и конечной порожденности алгебраических расширений, её следствия. Алгебраическая замкнутость поля всех алгебраических чисел. Теорема о примитивном элементе. Лемма о продолжении вложений и её следствия. Нормальные расширения. Группа Галуа нормального расширения и её свойства.

Поле разложения многочлена. Группа Галуа многочлена. Разрешимость в радикалах уравнений второй, третьей и четвёртой степени. Круговые поля. Теорема Гаусса о построении правильных многоугольников. Конечные поля. Вычисление группы Галуа для некоторых многочленов. Неразрешимость в радикалах уравнений пятой и более высоких степеней.

Характеристический многочлен числа, его связь с минимальным многочленом. Норма и след в алгебраических расширениях, их свойства. Дискриминант совокупности чисел, его свойства. Взаимный базис.

Лемма о дискретных подгруппах в \mathbb{R}^n . Теорема о том, что множество целых алгебраических чисел произвольного поля алгебраических чисел есть порядок. Теоремы Бlichфельда и Минковского. Существование в полном модуле чисел с заданными ограничениями на величину их сопряженных. Теорема Дирихле о единицах.

Максимальность простых идеалов. Свойство обрыва возрастающих цепочек идеалов. Дробные идеалы. Теорема о разложении идеалов в произведение простых. Показатели и их свойства. Норма идеала. Мультипликативность нормы. Норма главного идеала. Конечность группы классов идеалов. Разложение целых рациональных чисел в произведение простых идеалов кольца целых поля алгебраических чисел. Конечность множества разветвленных простых чисел.

Теорема Ферма для регулярных простых чисел (теорема Куммера).