**Программа утверждена на заседании кафедры теории чисел**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Введение в теорию дзета-функции Римана.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация:Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 5зачетных единицы, всего 180 часов, из которых 70 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (62 часа занятия лекционного типа, 8 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации),110 часов составляет самостоятельная работа студента.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: элементы теории чисел, математический анализ, комплексный анализ
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные методы дисциплин из пункта 1).

Уметь: решать стандартные задачи тех же дисциплин и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами тех же дисциплин.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам\* (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 2 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 3 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 4 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 6 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 7 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 8 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 9 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 10 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 11 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 12 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 13 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 14 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 15 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 16 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 17 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 18 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 19 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 20 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 21 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 22 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 23 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 24 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 25 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 26 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 27 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 28 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 29 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 30 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 31 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 32 | 2 |  |  |  |  |  | 0 | 2 |  | 2 |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 24 |  |  |  |  | 2 | 2 | 22 |  | 22 |
| **Итого** | 180 | 62 |  |  |  | 8 | 70 | 110 |  | 110 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «незачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы:

1. Воронин С.М., Карацуба А.А. Дзета-функция Римана.- М.: Физматлит, 1994.
2. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел.- М.: Едиториал УРСС, 2004.
3. Титчмарш Е.К. Теория дзета-функции Римана. - М.: ИЛ, 1953.

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Введение в теорию дзета-функции Римана.
2. Преподаватель - проф. М. А. Королёв, доц. Т. А. Преображенская.
3. Аннотация курса: спецкурс посвящен изложению основных фактов теории дзета-функции, являющихся классическими результатами: представление в виде произведения Вейерштрасса, функциональное уравнение, граница нетривиальных нулей дзета-функции, их связь с распределением простых чисел, поведение нулей дзета-функции Римана на критической прямой.
4. Тематическое содержание курса

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Определение дзета-функции Римана и ее простейшие свойства. |
| Тема 2 | Обобщения дзета-функции Римана. |
| Тема 3 | Аналитическое продолжение в область Re s>0. |
| Тема 4 | Ряды Дирихле, связанные с дзета-функцией. |
| Тема 5 | Целые функции конечного порядка. |
| Тема 6 | Бесконечные произведения. |
| Тема 7 | Формула Вейерштрасса. |
| Тема 8 | Гамма-функция Эйлера: функциональное уравнение. |
| Тема 9 | Формула Стирлинга. |
| Тема 10 | Тета-ряд и его свойства. |
| Тема 11 | Выражение дзета-функции через тета-ряд. |
| Тема 12 | Функциональное уравнение дзета-функции. |
| Тема 13 | Аналитическое продолжение на всю комплексную плоскость. |
| Тема 14 | Нетривиальные нули дзета-функции. |
| Тема 15 | Следствия из функционального уравнения для дзета-функции. |
| Тема 16 | Разложение логарифмической производной в ряд по нулям. |
| Тема 17 | Теорема Ш. Валле-Пуссена о границе нулей дзета-функции. |
| Тема 18 | Оценки тригонометрических сумм по ван-дер-Корпуту. |
| Тема 19 | Функция Харди . |
| Тема 20 | Формула Римана-Зигеля. |
| Тема 21 | Приближенное функциональное уравнение. |
| Тема 22 | Нули дзета-функции, лежащие на критической прямой. |
| Тема 23 | Теорема о расстоянии между соседними нулями, лежащими на критической прямой. |
| Тема 24 | Связь дзета-функции с распределением простых чисел. Явные формулы. |
| Тема 25 | Выражение функции через нули. |
| Тема 26 | Формула Сельберга. |
| Тема 27 | Асимптотические законы распределения простых чисел. |
| Тема 28 | Замена тригонометрической суммы более короткой. |
| Тема 29 | Сведение тригонометрических сумм к тригонометрическим интегралам. |
| Тема 30 | Приближенное функциональное уравнение. |
| Тема 31 | Оценки дзетовой суммы. |
| Тема 32 | Современная граница нулей. |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Определение дзета-функции Римана и ее простейшие свойства.
2. Обобщения дзета-функции Римана.
3. Аналитическое продолжение в область Re s>0.
4. Ряды Дирихле, связанные с дзета-функцией.
5. Целые функции конечного порядка.
6. Бесконечные произведения.
7. Формула Вейерштрасса.
8. Гамма-функция Эйлера: функциональное уравнение.
9. Формула Стирлинга.
10. Тета-ряд и его свойства.
11. Выражение дзета-функции через тета-ряд.
12. Функциональное уравнение дзета-функции.
13. Аналитическое продолжение на всю комплексную плоскость.
14. Нетривиальные нули дзета-функции.
15. Следствия из функционального уравнения для дзета-функции.
16. Разложение логарифмической производной в ряд по нулям.
17. Теорема Ш. Валле-Пуссена о границе нулей дзета-функции.
18. Оценки тригонометрических сумм по ван-дер-Корпуту.
19. Функция Харди .
20. Формула Римана-Зигеля.
21. Приближенное функциональное уравнение.
22. Нули дзета-функции, лежащие на критической прямой.
23. Теорема о расстоянии между соседними нулями, лежащими на критической прямой.
24. Связь дзета-функции с распределением простых чисел. Явные формулы.
25. Выражение функции через нули.
26. Формула Сельберга.
27. Асимптотические законы распределения простых чисел.
28. Замена тригонометрической суммы более короткой.
29. Сведение тригонометрических сумм к тригонометрическим интегралам.
30. Приближенное функциональное уравнение.
31. Оценки дзетовой суммы.
32. Современная граница нулей.
33. Перечень дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории чисел**