**Программа утверждена на заседании кафедры теории чисел**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Геометрические задачи теории диофантовых приближений.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация:Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 5зачетных единицы, всего 180 часов, из которых 70 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (62 часа занятия лекционного типа, 8 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации),110 часов составляет самостоятельная работа студента.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, линейную алгебру.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные методы дисциплин из пункта 1).

Уметь: решать стандартные задачи тех же дисциплин и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами тех же дисциплин.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам\* (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 2 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 3 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 4 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 6 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 7 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 8 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 9 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 10 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 11 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 12 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 13 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 14 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 15 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 16 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 17 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 18 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 19 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 20 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 21 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 22 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 23 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 24 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 25 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 26 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 27 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 28 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 29 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 30 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 31 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 32 | 2 |  |  |  |  |  | 0 | 2 |  | 2 |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 24 |  |  |  |  | 2 | 2 | 22 |  | 22 |
| **Итого** | 180 | 62 |  |  |  | 8 | 70 | 110 |  | 110 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «незачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы:

1. D. Badziahin, A. Pollington, S. Velani, On a problem in simultaneous Diophantine approximation: Schmidt's conjecture,
2. D. Badziahin, On multiplicatively badly approximable numbers, Preprint available at arXiv:1101.1855 (2011).
3. Y.Bugeaud, M.Laurent, On exponents of homogeneous and inhomogeneous Diophantine approximation, Moscow Math.J., vol. 5, no. 4(2005), 747--766.
4. Y. Bugeaud, N. Moshchevitin, Badly approximable numbers and Littlewood-type problems. Math. Proc. Cambridge Phil. Soc. 150 (2011), 215 - 226.
5. J. W. S. Cassels and H. P. F. Swinnerton-Dyer, On the product of three homogeneous linear forms and indefinite ternary quadratic forms, Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A, 248 (1955), 73--96.
6. J. W. S. Cassels, An introduction to Diophantine approximation, Cambridge University Press, 1957.
7. J. W. S. Cassels, An introduction to the Geometry of Numbers, Springer-Verlag, 1959.
8. M. Einsiedler, J. Tseng, Badly approximable systems of affine forms, fractals, and Schmidt games, Journal fur die Reine und Angewandte Mathematik, 660 (2011).
9. Geometry of Numbers, North-Holand Mathematical Library, V. 37, 1987.
10. V. Jarn\'{\i}k, Zum Khintcineschen "Ubertragungssats, Travaux de l`Institut Mathematique de Tbilissi, 3, 193 - 216 (1938).
11. V. Jarn\'{\i}k,\,\, Contribution \`{a} la th\'{e}orie des approximations diophantiennes lin\'{e}aires et homog\`{e}nes, Czechoslovak Math. J. 4 (1954), 330 - 353 (in Russian, French summary).
12. Jinpeng An, Badziahin-Pollington-Velani's theorem and Schmidt's game, preprint available at arXiv:1203.2998v1.
13. A.Y. Khinchine, Uber eine klasse linear Diophantine Approximationen, Rendiconti Circ. Math. Palermo, 1926, 50, p.170 - 195.
14. M. Laurent, Exponents of Diophantine approximations in dimension two, Canad.J.Math. 61, 1 (2009),165 - 189.
15. B. de Mathan and O. Teulie. Problemes Diophantiens simultanes, Monatsh. Math. 143 (2004), 229 - 245.
16. N.G. Moshchevitin, Positive integers: counterexample to W.M. Schmodt’s conjecture, Mosc. J. Comb. Number Th. 2: 2 (2012)
17. N.G. Moshchevitin, Khintchine's singular Diophantine systems and their applications., Russian Mathematical Surveys. 65:3 43 - 126 (2010).
18. N.G. Moshchevitin, Schmidt's conjecture and Badziahin-Pollington-Velani's theorem, preprint available at arXiv:1004.4269v1 (2010).
19. N.G. Moshchevitin, A note on badly approximable affine forms and winning sets, Moscow Mathematical Journal 11:1 (2011), 129 - 137
20. N.G. Moshchevitin, Exponents for three-dimensional simultaneous Diophantine approximations, Czechoslovak Mathematical Journal, 62 (137), (2012), 127 - 137.
21. L. G. Peck, Simultaneous rational approximations to algebraic numbers, Bull. Amer. Math. Soc. 67 (1961), 197 - 201.
22. W.M. Schmidt, On badly approximable numbers and certain games, Trans. Amer. Math. Soc., 623 (1966), p. 178 - 199.
23. W.M. Schmidt,Badly approximable systems of linear forms, J. Number Theory, 1 (1969) 139 - 154.
24. W.M. Schmidt, Diophantine Approximations, Lect. Not. Math., 785 (1980).
25. M. Waldschmidt, Report on some recent advances in Diophantine approximation, preprint available at arXiv:0908.3973v1.

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Геометрические задачи теории диофантовых приближений.
2. Преподаватель - проф. Н. Г. Мощевитин.
3. Аннотация курса: спецкурс посвящен классическим задачам теории диофантовых приближений, которые связаны с применением методов геометрии чисел, в нем затрагиваются вопросы теории одномерных и многомерных приближений и доказывается ряд классических и новых теорем, обсуждаются результаты и задачи Литтлвуда, Хинчина, Ярника, Шмидта. Рассказывается о недавних важных результатах.
4. Тематическое содержание курса

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Лемма Блихфельдта. |
| Тема 2 | Теорема Минковекого о выпуклом теле и ее обобщения. |
| Тема 3 | Критический определитель. |
| Тема 4 | Метод Блихфельдта. |
| Тема 5 | Теорема Минковcкого-Главки. |
| Тема 6 | Усиления теоремы Минковcкого-Главки. |
| Тема 7 | Сходимость в пространстве решеток. |
| Тема 8 | Критерий компактности Малера. |
| Тема 9 | Задачи об однородных линейных диофантовых приближениях. |
| Тема 10 | Диофантовы константы. |
| Тема 11 | Одномерные диофантовы приближения. |
| Тема 12 | Аппарат цепных дробей. |
| Тема 13 | Спектры Маркова, Лагранжа и Дирихле. |
| Тема 14 | Теорема об осцилляции функций мер иррациональностей. |
| Тема 15 | Наилучшие диофантовы приближения. |
| Тема 16 | Равномерная и обыкновенная диофантовы экспоненты. |
| Тема 17 | Неравенства Ярника. |
| Тема 18 | Выигрышные множества Шмидта. |
| Тема 19 | Плохо приближаемые системы линейных форм. |
| Тема 20 | Теорема о Хаусдорфовой размерности. |
| Тема 21 | Однородные и неоднородные линейные диофантовы приближения. |
| Тема 22 | Теорема Хинчина. |
| Тема 23 | Теория переноса. |
| Тема 24 | Принцип переноса Хинчина |
| Тема 25 | Перенос в равномерных задачах. |
| Тема 26 | Последовательные минимумы решеток. |
| Тема 27 | Гипотеза В.М. Шмидта. |
| Тема 28 | Гипотеза Литтлвуда и ее обобщения. |
| Тема 29 | BAD-гипотеза Шмидта. |
| Тема 30 | Теорема Бодягина- Полингтона-Велани. |
| Тема 31 | Теорема Ана о выигрышности. |
| Тема 32 | Диофантовы приближения с положительными числами. |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Лемма Блихфельдта.
2. Теорема Минковекого о выпуклом теле и ее обобщения.
3. Критический определитель.
4. Метод Блихфельдта.
5. Теорема Минковcкого-Главки.
6. Усиления теоремы Минковcкого-Главки.
7. Сходимость в пространстве решеток.
8. Критерий компактности Малера.
9. Задачи об однородных линейных диофантовых приближениях.
10. Диофантовы константы.
11. Одномерные диофантовы приближения.
12. Аппарат цепных дробей.
13. Спектры Маркова, Лагранжа и Дирихле.
14. Теорема об осцилляции функций мер иррациональностей.
15. Наилучшие диофантовы приближения.
16. Равномерная и обыкновенная диофантовы экспоненты.
17. Неравенства Ярника.
18. Выигрышные множества Шмидта.
19. Плохо приближаемые системы линейных форм.
20. Теорема о Хаусдорфовой размерности.
21. Однородные и неоднородные линейные диофантовы приближения.
22. Теорема Хинчина.
23. Теория переноса.
24. Принцип переноса Хинчина
25. Перенос в равномерных задачах.
26. Последовательные минимумы решеток.
27. Гипотеза В.М. Шмидта.
28. Гипотеза Литтлвуда и ее обобщения.
29. BAD-гипотеза Шмидта.
30. Теорема Бодягина- Полингтона-Велани.
31. Теорема Ана о выигрышности.
32. Диофантовы приближения с положительными числами.
33. Перечень дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории чисел**