**Программа утверждена на заседании кафедры теории чисел**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Обобщённые полилогарифмы.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация:Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: элементы теории чисел, математический анализ, кратные дзета-значения.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные методы дисциплин из пункта 1).

Уметь: решать стандартные задачи тех же дисциплин и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами тех же дисциплин.

8. Формат обучения.

очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы:

1. Borwein J. М., Bradley D. М., Broadhurst D. J., Lisonek P., Special values of multiple polylogarithms. Transactions of the American Mathematical Society, Vol. 353, No 3, 907 – 941.
2. Euler L., De summis serierum reciprocarum. Commentarii aeademiae seientiarum Petropolitanae 7, 1740, 123 – 134.
3. Euler L., Meditationes circa singulare serierum genus. Novi Commentarii aeademiae seientiarum Petropolitanae 20, 1776, 140 – 186.
4. Эйлер Л., Введение в анализ бесконечно малых. Том I, Издание второе. Государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1961.
5. Gauss С. F., Disquisitiones generates circa seriam infinitam (на латыни), Commentationes soeietatis regiae seientarum Goettingensis reeentiores, 2, 1813, 125 - 162, (переиздано в Werke. Bd 3, 124 - 162, Gottingen, 1876).
6. Kirillov A. N., Dilogarithm Identities. Progress of Theoretical Physics Supplement, 118, 1995, 61 – 142.
7. Kummer E. E., Ueber die Transcendenten, welche aus wiederholten Integrationen rationalen Formen ent-stehen. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 21, 1840, Issue 21, 74 – 90.
8. Landen J., A New Method of Computing the Sums of Certain Series. Philosophical Transactions of the Koval Society of London, 51, 1759, 553 – 565.
9. Landen J., Mathematical 'memoirs respecting a variety of subjects: with an appendix containing tables of theorems for the calculation of fluent Vol. 1, 1780, London: J.Nourse.
10. Leibniz G. W., Leibnizens mathematische Schriften. (изд. Karl Immanuel Gerhardt) 3, 1855, Halle, H.W, Schmidt.
11. von Lindemann F., Uber die Zahl π. Mathematische Annalen 20, 1882, 213 – 225.
12. Spence W., An essay on the theory of the various orders of logarithmic transcendents; with an inquiry into their applications to the integral calculus and the summation of series. London: printed for John Murray, 32, Fleet stret, and Archibald Constable and company, Edinburgh, 1809.
13. Уиттекер Э., Т., Ватсон Дж., Н., Курс современного анализа. Часть вторая. Трансцендентные функции. Издание второе. Государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1963.
14. Зудилин В. В., Алгебраические соотношения для кратных дзета-значений. Успехи математических наук, 2003, Том 58, январь-февраль. Вып. 1(349), 3 – 32.
15. Уланский Е. А., Тождества для обобщенных полилогарифмов. Математические заметки, 2003, № 4, Том 73, Стр. 613 – 624.
16. Уланский Е. А., Об одном тождестве для обобщения гипергеометрического интеграла. Математические заметки, 2006, № 5, Том 79, Стр. 796 – 799.
17. Уланский Е. А., О линейной независимости значений функций Лерха. Вестник Московского университета. Серия 1, Математика, Механика, 2009, № 2, Стр. 56 - 59.

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Обобщённые полилогарифмы.
2. Преподаватель - доц. Е. А. Уланский.
3. Аннотация курса: спецкурс охватывает результаты со времён Леонарда Эйлера до наших дней. Изучаются свойства функций, обобщающих дзета-функцию Римана, гипергеометрическую функцию Гаусса и некоторые другие. Доказываются многие красивые тождества между этими функциями, а также исследуются значения данных функций при некоторых значениях аргумента.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Классические полилогарифмы. |
| Тема 2 | Точные формулы Леонарда Эйлера для значений полилогарифмов при некоторых значениях аргумента. |
| Тема 3 | Точные формулы Джона Ландена для значений полилогарифмов при некоторых значениях аргумента. |
| Тема 4 | Обобщённые полилогарифмы. |
| Тема 5 | Точные формулы для значений обобщённых полилогарифмов при некоторых значениях аргумента. |
| Тема 6 | Шаффл-соотношения для обобщённых полилогарифмов. |
| Тема 7 | Стаффл-соотношения для обобщённых полилогарифмов. |
| Тема 8 | Преобразование -z/1-z. |
| Тема 9 | Преобразование 1-z. |
| Тема 10 | Линейная независимость обобщённых полилогарифмов. |
| Тема 11 | Алгебраическая независимость классических полилогарифмов. |
| Тема 12 | Обобщённые полилогарифмы кратного аргумента. |
| Тема 13 | Интегральные представления для обобщённых полилогарифмов. |
| Тема 14 | Связь между различными интегральными представлениями. |
| Тема 15 | Интегралы гипергеометрического типа. |
| Тема 16 | Тождества для интегралов гипергеометрического типа. |
| Тема 17\* | Линейные пространства, порождённые значениями от некоторого аргумента обобщённых полилогарифмов фиксированного веса. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Классические полилогарифмы.
2. Точные формулы Леонарда Эйлера для значений полилогарифмов при некоторых значениях аргумента.
3. Точные формулы Джона Ландена для значений полилогарифмов при некоторых значениях аргумента.
4. Обобщённые полилогарифмы.
5. Точные формулы для значений обобщённых полилогарифмов при некоторых значениях аргумента.
6. Шаффл-соотношения для обобщённых полилогарифмов.
7. Стаффл-соотношения для обобщённых полилогарифмов.
8. Преобразование –z/1-z.
9. Преобразование 1-z.
10. Линейная независимость обобщённых полилогарифмов.
11. Алгебраическая независимость классических полилогарифмов.
12. Обобщённые полилогарифмы кратного аргумента.
13. Интегральные представления для обобщённых полилогарифмов.
14. Связь между различными интегральными представлениями.
15. Интегралы гипергеометрического типа.
16. Тождества для интегралов гипергеометрического типа.
17. Линейные пространства, порождённые значениями от некоторого аргумента обобщённых полилогарифмов фиксированного веса.
18. Перечень дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории чисел**