**Программа утверждена на заседании кафедры теории чисел**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Диофантовы приближения и трансцендентные числа.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация:Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 5зачетных единицы, всего 180 часов, из которых 70 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (62 часа занятия лекционного типа, 8 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации),110 часов составляет самостоятельная работа студента.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

Никаких специальных знаний не требуется.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам\* (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 2 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 3 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 4 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 6 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 7 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 8 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 9 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 10 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 11 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 12 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 13 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 14 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 15 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 16 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 17 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 18 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 19 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 20 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 21 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 22 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 23 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 24 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 25 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 26 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 27 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 28 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 29 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 30 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 31 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 32 | 2 |  |  |  |  |  | 0 | 2 |  | 2 |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 24 |  |  |  |  | 2 | 2 | 22 |  | 22 |
| **Итого** | 180 | 62 |  |  |  | 8 | 70 | 110 |  | 110 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «незачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы:

1. А.Б.Шидловский. Диофантовы приближения и трансцендентные числа. Изд-во Моск. ун-та, 1982.
2. Н.И.Фельдман. Седьмая проблема Гильберта. Изд-во Моск. ун-та, 1982.

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Диофантовы приближения и трансцендентные числа.
2. Преподаватели - проф. А. И. Галочкин, проф. Ю. В. Нестеренко.
3. Аннотация курса: излагаются основные методы теории  диофантовых приближений и трансцендентных чисел: метод Эрмита-Линдемана, метод Зигеля-Шидловского, метод Гельфонда-Шнейдера, метод Малера. Доказывается ряд теорем о трансцендентности и алгебраической независимости значений аналитических функций.
4. Тематическое содержание курса

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Простейшие свойства алгебраических чисел. |
| Тема 2 | Поле алгебраических чисел, кольцо целых алгебраических чисел. |
| Тема 3 | Алгебраическое числовое поле. Каноническое представление чисел. |
| Тема 4 | Сопряженные числа в алгебраическом поле. Норма и след. |
| Тема 5 | Теорема о примитивном элементе. |
| Тема 6 | Существование базиса в кольце целых чисел алгебраического числового поля. |
| Тема 7 | Теорема Дирихле о приближении действительных чисел. |
| Тема 8 | Применение принципа Дирихле для оценок сверху линейных форм и для совместных приближений. |
| Тема 9 | Доказательство Кантора существования трансцендентных чисел. |
| Тема 10 | Теорема Лиувилля. Построение трансцендентных чисел. Построение чисел, имеющих заданный порядок аппроксимации рациональными дробями. |
| Тема 11 | Теорема Бореля об аппроксимации "почти всех" действительных чисел. |
| Тема 12 | Оценка снизу многочлена от нескольких алгебраических чисел. |
| Тема 13 | Теорема Эрмита о трансцендентности числа e. |
| Тема 14 | Иррациональность числа пи. |
| Тема 15 | Построение Паде-аппроксимаций для нескольких экспонент. |
| Тема 16 | Построение полной системы линейных форм для нескольких экспонент. |
| Тема 17 | Оценка Малера линейной формы от значений показательной функции. |
| Тема 18 | Доказательство теоремы Линдемана-Вейерштрасса. Ее следствия. |
| Тема 19 | Определение и простейшие свойства Е-функций. Формулировка теоремы Шидловского. Вывод из нее теоремы Линдемана-Вейерштрасса. |
| Тема 20 | Гипергеометрическая Е-функция. |
| Тема 21 | Лемма Зигеля об однородной системе линейных уравнений. |
| Тема 22 | Построение функциональной линейной формы для Е-функций. |
| Тема 23 | Количественные оценки для линейных форм от Е-функций. |
| Тема 24 | Лемма Шидловского о неравенстве нулю функционального определителя. |
| Тема 25 | Построение неравного нулю числового определителя. |
| Тема 26 | Доказательство теоремы Шидловского. |
| Тема 27 | Оценка снизу линейной формы от значений Е-функций с рациональными коэффициентами. |
| Тема 28 | Применение метода Зигеля-Шидловского к значениям G-функций. |
| Тема 29 | Седьмая проблема Гильберта. Теорема Гельфонда-Шнейдера. Ее следствия. |
| Тема 30 | Теорема Гельфонда-Шнейдера (доказательство Гельфонда). |
| Тема 31 | Теорема Гельфонда-Шнейдера (доказательство Шнейдера). |
| Тема 32 | Доказательство методом Малера трансцендентности значений функций, удовлетворяющих функциональным уравнениям Малера. |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Простейшие свойства алгебраических чисел.
2. Поле алгебраических чисел, кольцо целых алгебраических чисел.
3. Алгебраическое числовое поле. Каноническое представление чисел.
4. Сопряженные числа в алгебраическом поле. Норма и след.
5. Теорема о примитивном элементе.
6. Существование базиса в кольце целых чисел алгебраического числового поля.
7. Теорема Дирихле о приближении действительных чисел.
8. Применение принципа Дирихле для оценок сверху линейных форм и для совместных приближений.
9. Доказательство Кантора существования трансцендентных чисел.
10. Теорема Лиувилля. Построение трансцендентных чисел. Построение чисел, имеющих заданный порядок аппроксимации рациональными дробями.
11. Теорема Бореля об аппроксимации "почти всех" действительных чисел.
12. Оценка снизу многочлена от нескольких алгебраических чисел.
13. Теорема Эрмита о трансцендентности числа e.
14. Иррациональность числа пи.
15. Построение Паде-аппроксимаций для нескольких экспонент.
16. Построение полной системы линейных форм для нескольких экспонент.
17. Оценка Малера линейной формы от значений показательной функции.
18. Доказательство теоремы Линдемана-Вейерштрасса. Ее следствия.
19. Определение и простейшие свойства Е-функций. Формулировка теоремы Шидловского. Вывод из нее теоремы Линдемана-Вейерштрасса.
20. Гипергеометрическая Е-функция.
21. Лемма Зигеля об однородной системе линейных уравнений.
22. Построение функциональной линейной формы для Е-функций.
23. Количественные оценки для линейных форм от Е-функций.
24. Лемма Шидловского о неравенстве нулю функционального определителя.
25. Построение неравного нулю числового определителя.
26. Доказательство теоремы Шидловского.
27. Оценка снизу линейной формы от значений Е-функций с рациональными коэффициентами.
28. Применение метода Зигеля-Шидловского к значениям G-функций.
29. Седьмая проблема Гильберта. Теорема Гельфонда-Шнейдера. Ее следствия.
30. Теорема Гельфонда-Шнейдера (доказательство Гельфонда).
31. Теорема Гельфонда-Шнейдера (доказательство Шнейдера).
32. Доказательство методом Малера трансцендентности значений функций, удовлетворяющих функциональным уравнениям Малера.
33. Перечень дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории чисел**