**Программа утверждена на заседании кафедры теории чисел**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Алгебраические числа.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация:Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 5зачетных единицы, всего 180 часов, из которых 70 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (62 часа занятия лекционного типа, 8 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации),110 часов составляет самостоятельная работа студента.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: элементы теории чисел, алгебра, комплексный анализ.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные методы дисциплин из пункта 1).

Уметь: решать стандартные задачи тех же дисциплин и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами тех же дисциплин.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам\* (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 2 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 3 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 4 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 6 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 7 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 8 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 9 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 10 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 11 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 12 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 13 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 14 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 15 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 16 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 17 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 18 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 19 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 20 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 21 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 22 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 23 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 24 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 25 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 26 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 27 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 28 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 29 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 30 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 31 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 32 | 2 |  |  |  |  |  | 0 | 2 |  | 2 |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 24 |  |  |  |  | 2 | 2 | 22 |  | 22 |
| **Итого** | 180 | 62 |  |  |  | 8 | 70 | 110 |  | 110 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «незачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы:

[1] Боревич З.И., Шафаревич И.Р., Теория чисел, М., Наука, 1972.

[2] Ван дер Варден Б.Л., Алгебра, М., Наука, 1976.

[3] Гекке Э., Лекции по теории алгебраических чисел, М., Гостехиздат, 1940.

[4] Зарисский О., Самюэль П., Коммутативная алгебра, г.1, М., Иностранная литература, 1963.

[5] Касселс Дж., Введение в геометрию чисел, М., Мир, 1965.

[6] Ленг С., Алгебраические числа, М., Мир, 1966.

[7] Ленг С., Алгебра, М., Мир, 1968.

[8] Ленг С., Введение в теорию диофанговых приближений, М., Мир, 1970.

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Алгебраические числа.
2. Преподаватель - доц. Е. А. Уланский.
3. Аннотация курса: спецкурс знакомит с основными понятиями и основополагающими результатами теории алгебраических чисел, а также прививает умение решать практические задачи.
4. Тематическое содержание курса

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Расширения полей. Простые расширения. |
| Тема 2 | Степень расширения. Поведение степени в башнях расширений. |
| Тема 3 | Алгебраические числа. Минимальный многочлен, степень и сопряженные алгебраического числа. |
| Тема 4 | Алгебраические расширения. Эквивалентность конечности и конечной порожденности алгебраических расширений. |
| Тема 5 | Теорема о примитивном элементе. |
| Тема 6 | Поля алгебраических чисел. Целые алгебраические числа. |
| Тема 7 | Алгебраическая замкнутость поля всех алгебраических чисел. |
| Тема 8 | Неприводимость многочленов над полем рациональных чисел. |
| Тема 9 | Многочлены деления круга. |
| Тема 10 | Вложения. Продолжения вложений. Действие вложений на сопряженные алгебраические числа. |
| Тема 11 | Нормальные расширения, эквивалентность различных определений. |
| Тема 12 | Характеристический многочлен числа, его связь с минимальным многочленом. |
| Тема 13 | Норма и след в алгебраических расширениях, их свойства. |
| Тема 14 | Дискриминант совокупности чисел, его свойства. Взаимный базис. |
| Тема 15 | Лемма о дискретных подгруппах в Rn. |
| Тема 16 | Модуль, базис модуля. |
| Тема 17 | Порядок. Теорема о том, что множество целых алгебраических чисел произвольного поля алгебраических чисел есть порядок. |
| Тема 18 | Теоремы Блихфельда и Минковского. |
| Тема 19 | Существование в полном модуле чисел с заданными ограничениями на величину сопряженных. |
| Тема 20 | Единицы полей алгебраических чисел, их норма. |
| Тема 21 | Теорема Дирихле о единицах. |
| Тема 22 | Идеалы. Простые идеалы. |
| Тема 23 | Максимальность простых идеалов в кольцах целых алгебраических чисел. Свойство обрыва возрастающих цепочек идеалов. |
| Тема 24 | Дробные идеалы. Обратные идеалы. |
| Тема 25 | Существование и единственность разложения идеалов в произведение простых. |
| Тема 26 | Показатели и их свойства. |
| Тема 27 | Норма идеала, её мультипликативность. Норма главного идеала. |
| Тема 28 | Группа классов идеалов, её конечность. |
| Тема 29 | Число классов идеалов. |
| Тема 30 | Разложение целых рациональных чисел в произведение простых идеалов. |
| Тема 31 | Теорема Куммера. Условия ее применимости. |
| Тема 32 | Индексы ветвления простого числа. Конечность множества разветвленных простых чисел. |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Расширения полей. Простые расширения.
2. Степень расширения. Поведение степени в башнях расширений.
3. Алгебраические числа. Минимальный многочлен, степень и сопряженные алгебраического числа.
4. Алгебраические расширения. Эквивалентность конечности и конечной порожденности алгебраических расширений.
5. Теорема о примитивном элементе.
6. Поля алгебраических чисел. Целые алгебраические числа.
7. Алгебраическая замкнутость поля всех алгебраических чисел.
8. Неприводимость многочленов над полем рациональных чисел.
9. Многочлены деления круга.
10. Вложения. Продолжения вложений. Действие вложений на сопряженные алгебраические числа.
11. Нормальные расширения, эквивалентность различных определений.
12. Характеристический многочлен числа, его связь с минимальным многочленом.
13. Норма и след в алгебраических расширениях, их свойства.
14. Дискриминант совокупности чисел, его свойства. Взаимный базис.
15. Лемма о дискретных подгруппах в Rn.
16. Модуль, базис модуля.
17. Порядок. Теорема о том, что множество целых алгебраических чисел произвольного поля алгебраических чисел есть порядок.
18. Теоремы Блихфельда и Минковского.
19. Существование в полном модуле чисел с заданными ограничениями на величину сопряженных.
20. Единицы полей алгебраических чисел, их норма.
21. Теорема Дирихле о единицах.
22. Идеалы. Простые идеалы.
23. Максимальность простых идеалов в кольцах целых алгебраических чисел. Свойство обрыва возрастающих цепочек идеалов.
24. Дробные идеалы. Обратные идеалы.
25. Существование и единственность разложения идеалов в произведение простых.
26. Показатели и их свойства.
27. Норма идеала, её мультипликативность. Норма главного идеала.
28. Группа классов идеалов, её конечность.
29. Число классов идеалов.
30. Разложение целых рациональных чисел в произведение простых идеалов.
31. Теорема Куммера. Условия ее применимости.
32. Индексы ветвления простого числа. Конечность множества разветвленных простых чисел.

Пример задач с решениями для зачёта:

доступны на сайте кафедры теории чисел (<http://www.math.msu.su/department/number/dw/doku.php?id=algnum>)

1. Перечень дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Страница спецкурса на сайте кафедры теории чисел: <http://www.math.msu.su/department/number/dw/doku.php?id=algnum>

Конспект лекций Ю. В. Нестеренко: <http://www.math.msu.su/department/number/dw/lib/exe/fetch.php?media=lectures_algebraic_numbers.pdf>

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории чисел**