

Программа курса “Сходимость случайных процессов”

1. Понятие случайного элемента. Цилиндрические множества и цилиндрическая сигма-алгебра. Случайный процесс как случайный элемент. Распределение случайного процесса. Теорема Колмогорова о существовании процесса. Существование броуновского движения.
2. Эквивалентные случайные процессы. Теорема Колмогорова о существовании непрерывной модификации. Существование броуновского движения с непрерывными траекториями.
3. Сходимость случайных элементов по распределению. Теорема Александра. Сходимость по распределению и непрерывные отображения. Теорема о двухпараметрической случайной последовательности.
4. Сходимость случайных процессов по распределению в функциональных пространствах. Условия сходимости по распределению для процессов с непрерывными траекториями и для процессов с траекториями без разрывов второго рода.
5. Принцип инвариантности Донскера-Прохорова для случайного блуждания с нулевым сносом и конечной шаговой дисперсией.
6. Приложения принципа инвариантности Донскера-Прохорова: совместное распределение максимума модуля броуновского движения и сечения этого модуля, закон арксинуса для броуновского движения.
7. Броуновский мост. Его связь с броуновским движением и свойства.
8. Условные случайные блуждания. Локальная теорема Стоуна. Функциональная предельная теорема Лиггетта.
9. Выборочные функции распределения. Статистика Колмогорова и предельная теорема для нее (критерий согласия Колмогорова).
10. Процесс Пуассона, его существование. Предельные теоремы о сходимости последовательности случайных процессов, построенных по схеме серий, к процессу Пуассона.