**Экзаменационные вопросы по курсу "Математическая статистика", 2024-2025 уч. г.**

**Лектор - А.В. Прохоров**

1. Эмпирическая функция распределения; ее свойства как функции распреде­ления и как оценки теоретической функции распределения.
2. Теорема Гливенко-Кантелли о сходимости эмпирической функции распре­деления.
3. Асимптотические свойства эмпирических моментов и функций от них.
4. Теорема Колмогорова с доказательством независимости распределения статистики Колмого­рова от вида непрерывной функции распределения.
5. Вариационный ряд выборки и порядковые статистики. Распределение порядковых статистик. Оценка выборочных квантилей.
6. Информация Фишера и ее свойства.
7. Условные математические ожидания и условные распределения относитель­но сигма-алгебр и случайных величин. Условная плотность распределения одной случайной величины относительно другой.
8. Свойства условных математических ожиданий.
9. Достаточные статистики. Теорема Неймана-Фишера (критерий достаточ­ности).
10. Сравнение точечных статистических оценок по их свойствам. Асимптотические свойства оценок. Примеры состоятельных и асимптотически нормальных оценок.
11. Эффективные оценки в регулярном случае. Неравенство Крамера – Рао.
12. Многомерное обобщение неравенства Крамера-Рао. Информация Фишера в двумерном случае, пример двумерной нормальной выборки.
13. Улучшение оценок с помощью достаточных статистик. Теорема Колмогорова-Блекуэла-Рао.
14. Полные достаточные статистики и теорема о несмещенных оценках с минимальной дисперсией.
15. Свойства частоты как оценки вероятности «удачи» в схеме Бернулли. Сравнение с другими оценками параметра схемы Бернулли.
16. Метод моментов оценивания параметров. Теорема о состоятельности оценок метода моментов. Примеры оценок по методу моментов.
17. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия. Примеры оценок максимального правдоподобия.
18. Метод максимального правдоподобия. Теорема об асимптотической нормальности оценок максимального правдоподобия.
19. Байесовский метод. Теорема о байесовской оценке при квадратичной функции риска. Априорное и апостериорное распределение. Апри­орный и апостериорный риск.
20. Байесовские оценки параметров биномиального и нормального распределений.
21. Свойства байесовских оценок. Байесовские оценки и достаточные статистики; минимаксные оценки как байесовские оценки с постоянным риском.
22. Многомерное нор­мальное распределение: эквивалентные определения и основные характеристики. Свойства многомерного нормального распределения.
23. Лемма Фишера о независимости среднего арифметического и среднего квадратического для независимых одинаково нормально распределенных случайных ве­личин.
24. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера-Снедекора. Вывод формулы одной из плотностей.
25. Следствие из леммы Фишера о распределениях статистик для нормальных выборок.
26. Интервальные оценки и их характеристики. Два общих метода построения точных доверительных интервалов.
27. Построение точного доверительного интервала для параметра биномиального распределения.
28. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения (для среднего и для дисперсии).
29. Асимптотические доверительные интервалы. Построение асимптотического доверительного интервала на основе асимптотической нормальности подходящей статистики.
30. Асимптотические доверительные интервалы для параметра биномиального распределения.
31. Теорема Неймана-Пирсона. Критерий отношения правдоподобий для про­верки двух простых гипотез, как наиболее мощный и несмещенный критерий.
32. Критерий отношения правдоподобий для проверки двух гипотез о среднем значении нормального распределения.
33. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения (о среднем и дисперсии).
34. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения с помощью доверительных интервалов.
35. Проверка гипотезы однородности двух независимых нормальных выборок.
36. Критерий Стьюдента равенства средних значений двух независимых нормальных выборок
37. Критерий Фишера равенства дисперсий двух независимых нормальных выборок.
38. Критерии проверки гипотез о значениях параметра схемы Бернулли.
39. Теорема об асимптотическом хи-квадрат распределении статистики Пирсона для проверки гипотезы о значениях параметров полиномиального распределения.
40. Критерий хи-квадрат для проверки гипотезы о данном полиномиальном распределении
41. Критерий Колмогорова для проверки гипотезы о данном непрерывном распределении.
42. Сравнение байесовских оценок с оценкой максимального правдоподобия для параметра биномиального распределения.
43. Дисперсионный анализ однофакторной модели для нормальных выборок.
44. Множественное сравнение параметров однофакторной модели с помощью доверительных интервалов.