

Экзаменационные вопросы по курсу "Математическая статистика".

Лектор - А.В. Прохоров, 2022-2023 уч. г.

1. Эмпирическая функция распределения; ее свойства как функции распределения и как оценки теоретической функции распределения.
2. Теорема Гливленко-Кантелли о сходимости эмпирической функции распределения.
3. Асимптотические свойства эмпирических моментов и функций от них.
4. Теорема Колмогорова с доказательством независимости распределения статистики Колмогорова от вида непрерывной функции распределения.
5. Вариационный ряд выборки и порядковые статистики. Распределение порядковых статистик. Оценка выборочных квантилей.
6. Информация Фишера и ее свойства.
7. Условные математические ожидания и условные распределения относительно сигма-алгебр и случайных величин. Условная плотность распределения одной случайной величины относительно другой.
8. Свойства условных математических ожиданий.
9. Достаточные статистики. Теорема Неймана-Фишера (критерий достаточности).
10. Сравнение точечных статистических оценок по их свойствам. Асимптотические свойства оценок. Примеры состоятельных и асимптотически нормальных оценок.
11. Эффективные оценки в регулярном случае. Неравенство Крамера – Рао.
12. Многомерное обобщение неравенства Крамера-Рао. Информация Фишера в двумерном случае, пример двумерной нормальной выборки.
13. Улучшение оценок с помощью достаточных статистик. Теорема Колмогорова-Блекуэла-Рао.
14. Полные достаточные статистики и теорема о несмещенных оценках с минимальной дисперсией.
15. Свойства частоты как оценки вероятности «удачи» в схеме Бернулли. Сравнение с другими оценками.
16. Метод моментов оценивания параметров. Теорема о состоятельности оценок метода моментов.
17. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия. Примеры оценок максимального правдоподобия.
18. Метод максимального правдоподобия. Теорема об асимптотической нормальности оценок максимального правдоподобия.
19. Байесовский метод. Теорема о байесовской оценке при квадратичной функции риска. Априорное и апостериорное распределение. Априорный и апостериорный риск.
20. Байесовские оценки параметров биномиального и нормального распределений.
21. Свойства байесовских оценок: байесовские оценки и достаточные статистики; минимаксные оценки как байесовские с постоянным риском.
22. Многомерное нормальное распределение: эквивалентные определения и основные характеристики. Свойства многомерного нормального распределения.
23. Лемма Фишера о независимости среднего арифметического и среднего квадратического для независимых одинаково нормально распределенных случайных величин.
24. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера-Снедекора. Вывод формулы плотности.
25. Следствие из леммы Фишера о распределениях хи-квадрат и Стьюдента как

- распределениях статистик для нормальных выборок.
26. Интервальные оценки и их характеристики. Два общих метода построения точных доверительных интервалов.
 27. Построение точного доверительного интервала для параметра биномиального распределения.
 28. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения (для среднего и для дисперсии).
 29. Асимптотические доверительные интервалы. Построение асимптотического доверительного интервала на основе асимптотической нормальности подходящей статистики.
 30. Асимптотические доверительные интервалы для параметра биномиального распределения.
 31. Теорема Неймана-Пирсона. Критерий отношения правдоподобий для проверки двух простых гипотез, как наиболее мощный и несмещенный критерий.
 32. Равномерно наиболее мощный критерий. Теорема о существовании РНМ-критерия при условии свойства монотонности отношения правдоподобий.
 33. Критерий отношения правдоподобий для проверки двух гипотез о среднем значении нормального распределения.
 34. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения (о среднем и дисперсии).
 35. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения с помощью доверительных интервалов.
 36. Проверка гипотезы однородности двух независимых нормальных выборок.
 37. Критерий Стьюдента равенства средних значений двух независимых нормальных выборок
 38. Критерий Фишера равенства дисперсий двух независимых нормальных выборок.
 39. Критерии проверки гипотез о значениях параметра схемы Бернулли.
 40. Теорема об асимптотическом хи-квадрат распределении статистики Пирсона для проверки гипотезы о значениях параметров полиномиального распределения (схема доказательства).
 41. Критерий хи-квадрат для проверки гипотезы о данном полиномиальном распределении
 42. Критерий Колмогорова для проверки гипотезы о данном непрерывном распределении.
 43. Сравнение байесовских оценок и оценок максимального правдоподобия для параметра биномиального распределения.