**Программа утверждена на заседании кафедры математической статистики и случайных процессов**

**Протокол №\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**от 18.12.2014г**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Сходимость случайных процессов

2. Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. Направление подготовки: 010601 Математика и механика. Направленность программы: Теория вероятностей и математическая статистика (научная специальность 01.01.05)

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП, элективный курс по выбору кафедры, обязателен для освоения не позднее второго года обучения.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

|  |  |
| --- | --- |
| **Формируемые компетенции**  ***(код компетенции)*** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)** |
| *УК-1*  *УК-3* | *З1 (УК-1)* знать методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях  *У1 (УК-1)* уметь анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов  *У2 (УК-1)* уметь при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений  *З1 (УК-3)* знать особенности представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме при работе в российских и международных исследовательских коллективах  *У1 (УК-3)* уметь следовать нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач  *У2 (УК-3)* уметь осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом |
| *ОПК-1* | *З1 (ОПК-1)* знать основные понятия, результаты и задачи фундаментальной математики и механики  *У1 (ОПК-1)*уметь применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики  *В1 (ОПК-1)* владеть методами математического моделирования |
| *ПК-3* | *З1 (ПК3)*знать основные и специальные разделы теории слабой сходимости вероятностных мер, заданных на функциональных пространствах, их современные тенденции  *У1 (ПК3)*уметь корректно ставить задачи о сходимости последовательности случайных процессов по распределению, выбирать методы их анализа и решения, представлять и интерпретировать полученные результаты  *В1 (ПК3)*владеть методами теории слабой сходимости вероятностных мер, заданных на функциональных пространствах; навыками создания и исследования новых актуальных теорий и направлений, востребованных в современной науке |

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы, всего 72 часа, из которых 48 часов составляет контактная работа аспиранта с преподавателем (36 часов занятия лекционного типа, 6 часов мероприятия текущего контроля успеваемости, 6 часов мероприятия промежуточной аттестации ), 24 часа составляет самостоятельная работа аспиранта.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Предполагаются знания основ теории вероятностей, теории случайных процессов и функционального анализа.

8. Формат обучения:

спецкурс по выбору кафедры

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.)\* | **Всего** | Выполне-ние домашних заданий | Подготов-ка рефератов и т.п.. | **Всего** |
| Тема 1: Основные понятия и результаты теории слабой сходимости вероятностных мер | 10 | 6 |  |  |  |  | 6 | 4 |  | 4 |
| Тема 2: Условия сходимости случайных процессов по распределению | 12 | 6 |  | 2 |  |  | 8 | 4 |  | 4 |
| Тема 3: Принцип инвариантности Донскера-Прохорова | 12 | 6 |  | 2 |  |  | 8 | 4 |  | 4 |
| Тема 4: Броуновский мост. Теорема Лиггетта Приложение к математической статистике. | 10 | 6 |  |  |  |  | 6 | 4 |  | 4 |
| Тема 5: Броуновская извилина и экскурсия. Теорема Иглхарта. Приложение к теории массового обслуживания | 10 | 6 |  |  |  |  | 6 | 4 |  | 4 |
| Тема 6: Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона. Классификация. Предельные теоремы | 12 | 6 |  | 2 |  |  | 8 | 4 |  | 4 |
| Промежуточная аттестация: экзамен | 6 |  |  |  |  |  | 6 |  |  |  |
| **Итого** | 72 | 36 |  | 6 |  |  | 48 | 24 |  | 24 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине (модулю).

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, литература из списка литературы, см. 12.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций: УК-1, УК-3, ОПК-1, ПК-3
* Описание шкал оценивания: экзамен с *оценкой по пятибалльной шкале*
* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ**  **по дисциплине (модулю)** | **ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ** | | | | | **ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ** |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |
| *З1 (УК1)* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач | Общие, но не структурированные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных | Сформированные систематические знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| *У1 (УК1)* | Отсутствие умений | Частично освоенное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов | В целом успешно, но не систематически осуществляемые анализ альтернативных вариантов решения исследовательских и практических задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов | В целом успешно, но содержащие отдельные пробелы анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов | Сформированное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| *У2 (УК1)* | Отсутствие умений | Частично освоенное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | Сформированное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| *З1 (УК3)* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания особенностей предоставления результатов научной деятельности в устной и письменной форме | Неполные знания особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме, при работе в российских и международных коллективах | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме при работе в российских и международных исследовательских коллективах | Сформированные и систематические знания особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме при работе в российских и международных исследовательских коллективах | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| *У1 (УК3)* | Отсутствие умений | Фрагментарное следование нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач | В целом успешное, но не систематическое следование нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение следовать основным нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач | Успешное и систематическое следование нормам, принятым в научном общении, для успешной работы в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| *У2 (УК3)* | Отсутствие умений | Частично освоенное умение осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом | В целом успешное, но не систематическое умение осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом | Успешное и систематическое умение осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| *З1 (ОПК1)* | Отсутствие знаний | Фрагментарные представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Неполные представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Сформированные систематические представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| *У1 (ОПК1)* | Отсутствие умений | Фрагментарное умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | В целом успешное, но не систематическое умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | Сформированное умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| *В1 (ОПК1)* | Отсутствие навыков | Фрагментарное применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | В целом успешное, но не систематическое применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | Успешное и систематическое применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| З1 (ПК3) | Не имеет базовых знаний | Допускает существенные ошибки | Демонстрирует частичные знания | Демонстрирует знания с небольшими пробелами | Раскрывает полное содержание теории слабой сходимости вероятностных мер и ее приложений к случайным процессам | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| У1 (ПК3) | Не умеет и не готов формулировать базовые определения и постановки задач | Имея базовые представления о предмете, не готов формулировать задачи и выбирать методы их решения. | Не учитывает специфики метрической геометрии и современного состояния предмета | Не вполне готов выбирать методы анализа и интерпретировать | Готов и умеет корректно ставить задачи, касающиеся сходимости случайных процессов по распределению, выбирать методы их анализа и решения, представлять и интерпретировать полученные результаты | Экзамен в форме индивидуального собеседования |
| В1 (ПК3) | Не владеет методами и навыками | Владеет отдельными приемами | Владеет приемами и навыками решения основных стандартных задач | Владеет методами и навыками, но не готов оценивать востребованность конкретных задач в современной науке. | Полностью владеет методами теории слабой сходимости вероятностных мер для решения задач; навыками создания и исследования новых актуальных теорий и направлений, востребованных в современной науке | Экзамен в форме индивидуального собеседования |

* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Контрольные вопросы и задания пообязательной и вариативной частям дисциплины для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

1. Определение слабой сходимости вероятностных мер. Теорема Александрова: критерий в терминах открытых и замкнутых множеств.

2. Теорема Александрова: критерий в терминах множеств, граница которых имеет нулевую меру.

3. Сходимость случайных элементов по распределению. Следствия из теоремы Александрова. Сходимость по распределению случайных величин.

4. Сходимость случайных элементов по распределению и отображения.

5. Теорема о двухпараметрической последовательности случайных элементов.

6. Теорема непрерывности для характеристических функций.

7. Условия сходимости по распределению случайных процессов с непрерывными траекториями.

8. Пространство функций без разрывов второго рода. Метрика Скорохода. Модуль непрерывности w′ и его свойства.

9. Условия сходимости по распределению случайных процессов с траекториями без разрывов второго рода.

10. Случайное блуждание. Марковское свойство. Неравенство Колмогорова.

11. Принцип инвариантности Прохорова-Донскера: сходимость конечномерных распределений.

12. Принцип инвариантности Прохорова-Донскера: условие на модуль непрерывности.

13. Предельная теорема для максимума случайного блуждания с нулевым сносом.

14. Предельная теорема для минимума и положения в последний момент случайного блуждания с нулевым сносом

15. Определение и существование броуновского моста. Броуновский мост как условное броуновское движение.

16. Броуновский мост -- неоднородный марковский процесс.

17. Распределение максимума модуля броуновского моста.

18. Локальная теорема Стоуна и следствия из нее.

19. Принцип инвариантности Лиггетта: сходимость конечномерных распределений.

20. Принцип инвариантности Лиггетта: условие на модуль непрерывности.

21. Выборочная функция распределения и ее сходимость. Статистика Колмогорова: сходимость почти наверное, инвариантность ее распределения относительно исходного распределения.

22. Сходимость нормированной выборочной функции распределения к броуновскому мосту.

23. Предельная теорема для статистики Колмогорова. Распределение Колмогорова.

24. Определение ветвящегося процесса Гальтона-Ватсона. Условия вырождения.

25. Теоремы Колмогорова и Яглома для критического ветвящегося процесса Гальтона-Ватсона.

26. Моменты приращений численности поколений критического ветвящегося процесса Гальтона-Ватсона.

27. Феллеровская диффузия. Принцип инвариантности Феллера-Линдвалла: сходимость конечномерных распределений.

28. Принцип инвариантности Феллера-Линдвалла: условие на модуль непрерывности.

* Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения: список задач для самостоятельного решения. Примеры задач:

1. Установить предельную теорему для максимума простого симметричного случайного блуждания, рассматриваемого на временном интервале от *0* до момента последнего (перед моментом *n*) достижения состояния *0*.
2. Найти распределение времени пребывания выше уровня *a* для стандартного броуновского движения, рассматриваемого на временном промежутке от *0* до *1*.
3. Установить предельную теорему для критического ветвящегося процесса Гальтона-Ватсона с одним иммигрантом в каждом из поколений, начиная с нулевого и заканчивая *n*-ым.
4. Установить функциональную предельную теорему для простого симметричного случайного блуждания, рассматриваемого при условии достижения состояния *0* в момент времени *n*.

12. Ресурсное обеспечение:

* Перечень основной и дополнительной учебной литературы:

1. Биллингсли П. *Сходимость вероятностных мер*. Москва, Наука, 1977.
2. Булинский А.В., Ширяев А.Н. *Теория случайных процессов.* Москва, Физматлит, 2003.
3. Боровков А.А. *Теория вероятностей.* Москва, Эдиториал УРСС, 1999.
4. Севастьянов Б.А. *Ветвящиеся процессы*. Москва, Наука, 1971.
5. Athreya K.B., Ney P.E., *Branching Processes*. Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag, 1972.
6. Афанасьев В.И. *Случайные блуждания и ветвящиеся процессы*. Москва, МИАН, 2007.

* Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

www.mi.ras.ru

* Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости).
* Описание материально-технической базы:

аудиторный фонд механико-математического факультета.

13. Язык преподавания

русский.

14. Преподаватель (преподаватели)

профессор Валерий Иванович Афанасьев.