

Практикум по специальности.

Весенний семестр 2019/2020 учебного года.

Задачи.

1.1 Генерация случайных величин, метод Монте-Карло.

1.1. Найти число π с точностью до 3 знака методом Монте-Карло (бросаем точки в единичный квадрат и считаем, сколько из них попало во вписанный круг).

1) Оценить число точек, необходимое для того, чтобы с вероятностью 0.998 погрешность не превышала заданного числа.

2) Провести необходимое число испытаний, найти π .

3) Визуализировать полученный результат.

1.2. Методом Монте-Карло найти объем n -мерного шара для $n = 3, 4, \dots, 10, 20, 30$. Сравнить со значением, полученным по точной формуле.

1.3. Моделировать выборку из равномерного распределения на единичном круге.

1.4. Моделировать выборку из равномерного распределения на треугольнике с вершинами $(-1, 0), (0, 1), (1, 0)$.

1.5. Вектор $(X, Y) \sim \mathcal{N}(a, B)$, $a = (0, 1)$, $2b_{11} = b_{12} = 2$, $b_{22} = 5$. Найти вероятность попадания (X, Y) в треугольник с вершинами $(-1, 0), (0, 1), (1, 0)$ а) численным интегрированием, б) методом Монте-Карло.

1.6 Смоделировать с помощью алгоритма Acceptance-Rejection выборку из а) треугольного распределения; б) нормального распределения с помощью распределения Коши.

1.2 Ветвящиеся процессы

2.1 Пусть Z_n – количество частиц в n -м поколении, а Y_n – суммарное количество частиц в n поколениях ветвящегося процесса Гальтона-Ватсона ($Z_0 = 1$) с геометрическим распределением числа потомков.

1) нарисовать графики Z_n, Y_n , 2) найти вероятность вырождения, 3) подобрать параметр p так, чтобы процесс вырождался с вероятностью более 0,8 и поймать длинную траекторию, 4) найти долю тех частиц в поколении k , чьи потомки дожили до поколения n .