

Спецкурс "Большие отклонения". Программа коллоквиума

Шкляев А.В.

13 ноября 2015 г.

Теоретические вопросы

1. Сопряженное распределение, его свойства, математическое ожидание и дисперсия. Определение h_θ . Формулировка теоремы Петрова.
2. Теорема Бартфаи и ее вероятностный смысл.
3. Асимптотика вероятности встретить серию из n подряд орлов при m бросаниях симметричной монеты. Случай m, n таких, что это событие является редким.
4. Асимптотика вероятности встретить серию из n подряд орлов при m бросаниях симметричной монеты. Случай m, n таких, что это событие является типичным.
5. Формулировка ПБУ. Функции $R(h)$, $\Lambda(x)$ в случае \mathbb{R} и их свойства.
6. Теорема Крамера для конечного μ в одномерном случае. Формулировка и доказательство оценки сверху.
7. Теорема Крамера для конечного μ в одномерном случае. Формулировка и доказательство оценки снизу.
8. Теорема Крамера для конечного μ в многомерном случае. Формулировка и доказательство оценки сверху.
9. Теорема Крамера для конечного μ в многомерном случае. Формулировка и доказательство оценки снизу.
10. Теорема Санова. Формулировка и доказательство.

Задачи к коллоквиуму.

1. Найти асимптотику вероятностей больших уклонения $P(S_n \geq \theta n)$ для случая:
а) $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, б) $X_i \sim \text{Gamma}(a, \lambda)$.
2. Записать ПБУ для S_n/n , если X_i имеют распределения:
а) $X_i \sim \text{Cauchy}$, б) $X_i \sim \exp(\lambda)$, в) $X_i \sim \text{Pois}(\lambda)$, г) $X_i \sim \text{Geom}(p)$.
3. $\vec{X}_i \sim \mathcal{N}(0, \Sigma^2)$, где Σ имеет собственные значения $\lambda_1, \dots, \lambda_n$. Найти грубую асимптотику вероятности $P(S_n/n \in U)$, где U — внешность единичного шара (удобно воспользоваться тем, что $\vec{X} = A\vec{Y}$, \vec{Y} — вектор с н.о.р. $\mathcal{N}(0, 1)$ компонентами).
4. X_i равномерно принимает значения $1, \dots, k$. Найти логарифмическую асимптотику вероятности того, что за n испытаний встретятся не все значения X_i .
5. Найти минимальное предельное значение $n^{-1} \ln \Delta n$ для критериев проверки $H_0 : X_i \sim \exp(\lambda)$, $H_1 : X_i \sim \exp(\mu)$.