

ПРОГРАММА СПЕЦКУРСА
"Термодинамический формализм и символическая динамика"

(осенний семестр 2014 г., Б.М. Гуревич)

1. Математическая модель статистической физики с конечным множеством состояний. Распределение Гиббса (определяемое в терминах энергии) и равновесное распределение, соотношение между ними.

2. Ферромагнетик Изинга в размерности 2. Распределение Гиббса на конфигурациях в квадрате с граничным условием $+1$. Граница конфигурации, контуры и их геометрические свойства.

3. Неравенство Пайерлса для двумерного ферромагнетика Изинга.

4. Существование по крайней мере двух предельных распределений Гиббса для двумерного ферромагнетика Изинга при низкой температуре.

5. Достаточное условие единственности предельного распределения Гиббса (условие Добрушина). Проверка этого условия для двумерного ферромагнетика Изинга при высокой температуре. Критическая точка для той же модели (результат Онзагера).

6. Одномерная модель с конечным спиновым пространством и взаимодействием ближайших соседей. Единственность предельного распределения Гиббса.

7. Основное состояние в конечном сосуде. Сходимость при $\beta \rightarrow \infty$ распределения Гиббса в фиксированном конечном сосуде к равномерному распределению на множестве основных состояний. Двумерный ферромагнетик Изинга с внешним полем и его основные состояния. Фазовая диаграмма.

8. Общая статфизическая модель на решетке \mathbb{R}^d . Пространство конфигураций, трансляционно-инвариантный потенциал Φ . Пространства потенциалов с конечной сильной и слабой нормой.

9. Существование предельного распределения Гиббса в общей решеточной модели.

10. Статистическая сумма Z_V^Φ в сосуде V с пустым граничным условием. Квазимультипликативность статистической суммы для потенциала конечного радиуса.

11. Существование давления $P(\Phi)$, отвечающего потенциалу Φ конечного радиуса, как предела локального давления по сети параллелепипедов.

12. Непрерывность давления $P(\Phi)$ как функции на множестве потенциалов конечного радиуса (условие Липшица). Продолжение этой функции на множество потенциалов с конечной нормой. Существование для таких потенциалов предела локального давления по сети параллелепипедов.

13. Определение энергии и статсуммы в конечном сосуде при наличии внешнего (граничного) условия для случая потенциала с конечной сильной нормой. Существование давления, определяемого такой статсуммой с помощью предельного перехода. Независимость давления от внешнего условия.

14. Функция f_Φ — вклад начала координат в энергию бесконечной конфигурации. Непрерывность этой функции и связь суммы ее сдвигов с энергией конечной конфигурации. Статсумма, определяемая по f_Φ , существование отвечающего ей давления и совпадение его с давлением, определяемым как предел по сети параллелепипедов.

15. Энтропия конечного вероятностного пространства и энтропия конечного разбиения произвольного вероятностного пространства. Условная энтропия и ее связь с безусловной. Свойства выпуклости.

16. Существование удельной энтропии $s(\mu)$ для всякой трансляционно инвариантной вероятностной меры μ на пространстве конфигураций.

17. Вариационный принцип для давления в конечном сосуде. Доказательство неравенства $s(\mu) - \mu(f_\Phi) \leq P(\Phi)$ для трансляционно инвариантной вероятностной меры μ на пространстве конфигураций.

18. Гиббсовская мера в конечном сосуде. Определение с ее помощью гиббсовской меры μ^Φ на пространстве конфигураций (диагональный процесс). Трансляционная инвариантность меры μ^Φ .

19. Доказательство равновесности гиббсовской меры μ^Φ (оценка снизу энтропии $s(\mu)$).

Литература

1. Х.-О. Георги. Гиббсовские меры и фазовые переходы, 1992 (§§ 3.2, 6.2)
2. Л.Б. Коралов, Я.Г. Синай. Теория вероятностей и случайные процессы, 2013 (гл. 22).
3. Д. Рюэль. Термодинамический формализм, 2002 (§§ 3.1–3.5, 3.8–3.13).
4. Р.А. Минлос. Введение в математическую статистическую физику, 2002 (гл. 10).